

Bazı Mikro Yapılarda Geometrik Desenlemeler

Ali Özdemir¹ ve Canan Özdemir^{2*}

¹Matematik /Fen Edebiyat Fakültesi, Manisa Celal Bayar Üniversitesi, Türkiye

²Biyoloji /Fen Edebiyat Fakültesi, Manisa Celal Bayar Üniversitesi, Türkiye

(cozdemir13@gmail.com)

Özet –Bir düzlemde rastgele dağılmış noktaların oluşturduğu eş kenar olmayan çokgenlerden meydana gelen bir geometrik desenleme modeline Voronoi diyagramı denir. Voronoi diyagramı, adını matematikçi Georgy Voronoy'dan almıştır. Çoğu matematik uygulamasında olduğu gibi bir geometri modeli olan Voronoi diyagramları da günlük hayatımızda birçok alanda yer almaktadır. Toprak yüzeylerinde oluşan çatlakların şekillerinden, zürefanın vücut desenlerine kadar birçok sanatsal ürünlerde Voronoi diyagramı ile karşılaşmaktadır. Tüm bu özellikli desenlemeler matematik kuralları sayesinde gerçekleşir. Bazı örneklerini verdiğimiz evrende yer alan materyallerin geometrik yüzeyleri, onların işlevlerini en verimli biçimde yapmalarına öncülük eder. Yüzeylerin bir araya geliş sınırlarını çözmek modellemelerini yapmak için çeşitli matematiksel kavramlar kullanılabilir. Literatürde bu konu ile ilgili çalışmalar materyal yüzeylerinin makro yapıları yani çıplak göz ile gördüğümüz kısımları ile ilgili çalışmalardır. Makro yapılarda olduğu gibi materyalin mikro yapılarındaki geometrik şekilleri de bu anlamda oldukça önemlidir. Ancak yalnızca mikroskopta görebileceğimiz mikro yapılarla ilgili bu tip çalışmalar oldukça sınırlı sayıdadır. Bu çalışmamızda çıplak gözle göremeyip ancak mikroskop ile görebileceğimiz bazı bitki dokularını oluşturan hücrelerin meydana getirdikleri desenlerinin matematiksel kavramlar çerçevesinde geometrik modellerinin tanımlanması ve formüller ile ifade edilebilmesi amaçlanmıştır. Çalışmada bu dokuları oluşturan hücrelerin mikro yapılarının Voronoi diyagramı ile belli bir düzen içerisinde bir araya gelerek oluşturdukları geometrik desenleri belirlenmeye çalışılmıştır. Çalışma materyali olarak bazı bitkilerin farklı dokularından alınan enine ve yüzeysel kesitler ile hazırlanan preparatlar kullanıldı.

Anahtar Kelimeler – Geometrik model, Mikro yapı, Voronoi diyagramı

I. GİRİŞ

Voronoi diyagramı deseni, adını matematikçi Georgy Voronoy'dan almıştır ve aynı zamanda Voronoi mozaikleme, Voronoi ayrışımı, Voronoi bölümü veya Dirichlet mozaikleme (Peter Gustav Lejeune Dirichlet'ten sonra) olarak da adlandırılır [1].

Voronoi diyagramları René Descartes tarafından çok eski bir tarih olan 1644 yıllarında ilk defa ele alınmış ve daha sonra 1850 de Dirichlet tarafından pozitif kuadratik formları araştırmak için kullanılmıştır [2], [3].

Voronoi deseni de diyebileceğimiz Voronoi diyagramları toprak çatlaklarında görülen şekillerden bir zürefanın üstünde bulunan şekillere

kadar doğada çıplak gözle görebileceğimiz çoğu alanlarda yer alabilir. Bunun yanı sıra bu çalışma ile ancak mikroskopla gözleyebileceğimiz bazı mikro yapılarda da matematik kavram olan bu geometrik desene rastlayabileceğimiz tespit edilmiştir. Voronoi diyagramları başta bilim ve teknoloji, görsel sanatlar da olmak üzere birçok alanda pratik ve teorik uygulamalara sahiptir [4],[5].

Evrende yer alan materyallerin mikro yapıları o materyalin tamamını meydana getirdiğinden aralarındaki bağlantının deseni; dayanıklılık, kapladıkları alan ve işlevsel özelliklerinin kalitesi açısından çok önemlidir. Mikro yapılardaki hücrelerin oluşturduğu bu desenler; sahip oldukları

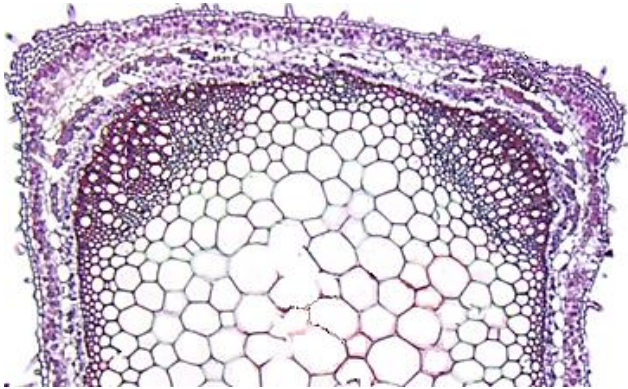
geometrik modelleri ile matematik kavramlarında tanımlarının karşılıklarını bulurlar.

II. MATERYAL VE YÖNTEM

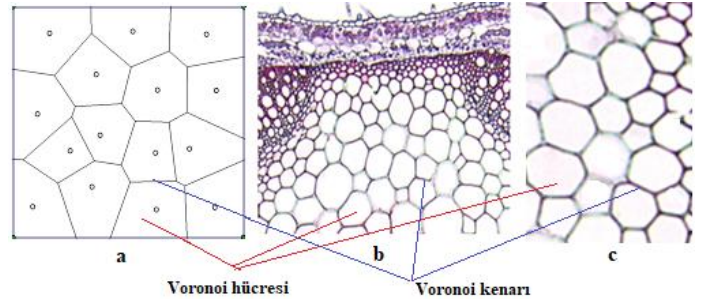
Çalışmada matematiksel modellerin mikro yapılardaki yansımalarını ortaya çıkarmak için çalışma materyali olarak bazı bitki hücreleri kullanıldı. Bu doğal materyallerden mikron ölçülerinde kesitler alındı. Elde edilen örnekler safranin ve fast green boyaları kullanılarak renklendirildi [6]. Kesitlerden hazırlanan preparatlar Leica DM 3000 motorlu mikroskop objektifleri kullanılarak incelendi ve farklı büyütmelerde fotoğrafları çekildi. Voronia diyagramı olarak adlandırılan geometrik desenleme modellerini tanımlamak için, literatür bilgileri ışığında belirlenen matematiksel kavramlar kullanıldı.

III. BULGULAR

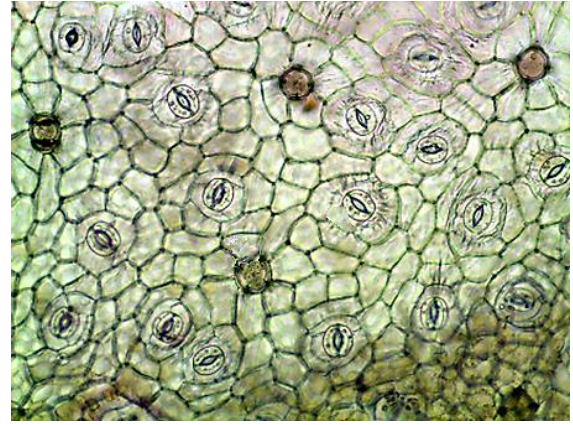
Araştırmada bazı mikro morfolojik yapılarda görülen hücrelerin oluşturduğu desenlerin geometrik modellemelerde ki karşılığı belirlenmeye çalışılmıştır. Çalışmada yapılan mikroskopik gözlemler sonucunda incelenen bazı doku hücrelerinin oluşturdukları desenlerinin Voronoi diyagramı olarak adlandırılan geometrik modele sahip olduğu tespit edilmiştir (Şekil 1-4).



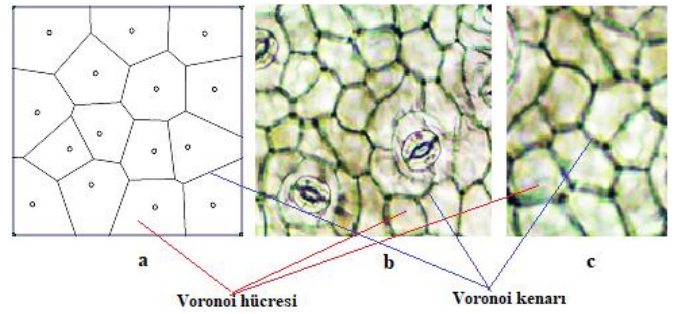
Şekil 1. Geometrik desenlemenin mikroskop görüntüsü (enine kesit)



Şekil 2. Voronoi diyagram desenlenme modeli (enine kesit).
a: Voronoi diyagramın geometrik modeli
b.c: Bitki mikro yapısında Voronoi diyagramı

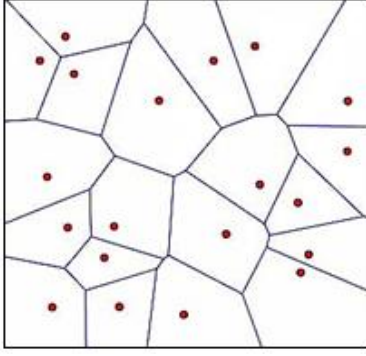


Şekil 3. Geometrik desenlemenin mikroskop görüntüsü (yüzeysel)



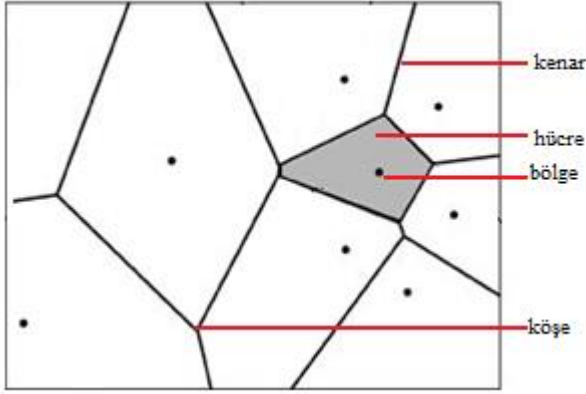
Şekil 4. Voronoi diyagram desenlenme modeli (yüzeysel kesit).
a: Voronoi diyagramın geometrik modeli
b.c: Bitki mikro yapısında Voronoi diyagramı

Voronoi diyagramının matematikte ki tanımı; bir düzlemin belirli bir nesne kümesinin her birine yakın bölgelere bölünmesi şeklindedir (Şekil 5).



Şekil 5. Düzlemde 20 noktanın (bölge) oluşturduğu 20 hücreli Voronoi diyagramının genel görünümü

Böylece bir düzlemde rastgele dağılmış noktaların (bölge) etraflarında oluşturdukları eş kenar olmayan çokgenler (hücre) Voronoi diyagramını meydana getirirler (Şekil 6).



Şekil 6. Bir Voronoi diyagramını oluşturan kısımları

Her bir hücre sınırının kendisine en yakın iki bölgeye olan uzaklığı her zaman aynıdır. Üç çizginin birleştiği yerlerde bir nokta yada köşe elde edilir. Bir köşe en yakınındaki üç bölgeye eşit uzaklıktadır. Tüm bu özellikler matematik sayesinde gerçekleşir.

Voronoi diyagramına ait kısımların matematiksel tanımları ise şu şekilde ifade edilir.

Bir öklidyen düzlemde;

$$P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$$

seçilen noktalar kümesi olsun. Herhangi bir p_1 noktasını üzerinde bulduran, Voronoi kenarları ile sınırlı ya da sınırsız alt bölgelere Voronoi hücresi denir (Şekil 6). Bu hücrelerin birleşmesi ile Voronoi diyagramı oluşur. Yani Öklidyen düzlemde noktalar kümesi $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ iken bu kümedeki herhangi iki eleman birbirine en yakın olacak

şekilde düzlemin parçalanması ile Voronoi diyagramı oluşturulur. Voronoi diyagramının olduğu düzlemde iki nokta arasındaki uzaklık (Öklid uzaklığı); p ve q herhangi iki nokta olmak üzere $dist(p, q)$ ile gösterilir,

$$dist(p, q) = \sqrt{(p_x - q_x)^2 + (p_y - q_y)^2}$$

formülü ile hesaplanır.

IV. TARTIŞMA

Voronoi diyagramları bilinen ve belirlenmiş bir bölge içinde, noktalardan veya nesnelere oluşan bir kümenin birbirlerine göre uzaklık-yakınlık bilgilerini gösterir. Bu geometrik gösterimden elde edilen bilgi biçimi de günlük yaşantımızda işimizi kolaylaştırır. Bu çalışmada incelenen örneklerin bazı mikro yapıların da Voronoi diyagramlarına sahip yüzeyler tespit edilmiştir. Matematiksel kurallar ile oluşan mikro yapılardaki bu Voronoi diyagramı desenleri dokularda hücrelerin bir araya gelip o dokunun olabilecek en mükemmel bütünlüğünü sağlamaktadır. Böylece bu yapılar en verimli şekilde işlevselliğini sürdürebilme özelliğine sahip olacaktırlar.

Literatürde Voronoi diyagramlarının sanatsal ürünlerde, coğrafyada, mimaride, mühendislikte ve yol güzergâhlarının planlanması, şehir içi yol ve kaldırımlarının estetik desenlenmesi gibi bir çok makro yapılardaki uygulamasına ilişkin çalışmalar bulunmaktadır [7]-[10]. Ancak mikro yapılar ile ilgili benzer çalışmalar oldukça azdır [11]-[15].

V. SONUÇLAR

Bu çalışmada etrafımızda birçok makro yapılarda uygulamaya konmuş geometrik bir kavram olan Voronoi diyagramlarının oluşturduğu desenlerin bazı mikro yapılarda tespit edilen örnekleri verilmiştir. Böylece çalışma sonunda makro yapılarda kullanıma sahip geometrik Voronoi desenlenmesinin mikro yapılardaki örnekleri ele alınarak farklı bir bakış açısı sunulmuştur.

KAYNAKLAR

- [1] A. Burrough, Peter; Mc. Donnell, Rachael; McDonnell, Rachael A.; Lloyd, D. Christopher " Nearest neighbours: Thiessen (Dirichlet/Voronoi) polygons". *Principles of*

- Geographical Information Systems*. Oxford University Press. pp. 160-. ISBN 978-0-19-874284-5. 2015
- [2] A. Longley, A. Paul; Goodchild, Michael F.; Maguire, David J. Rhind. "Thiessen polygons". *Geographic Information Systems and Science*. Wiley. pp. 333-. ISBN 978-0-470-87001-3. 2005
- [3] Z. Sen. "Delaney, Varoni, and Thiessen Polygons". *Spatial Modeling Principles in Earth Sciences*. Springer. pp. 57-. ISBN 978-3-319-41758-5. 2016.
- [4] F. Aurenhammer . "Voronoi Diagrams – A Survey of a Fundamental Geometric Data Structure". *ACM Computing Surveys*. 23 (3): 345–405. 1991.
- [5] A. Okabe, B. Boots, B. Sugihara, K. Chiu, S. Nok. *Spatial Tessellations – Concepts and Applications of Voronoi Diagrams* (2nd ed.). John Wiley. ISBN 978-0-471-98635-5, 2000.
- [6] B. Bozdog, O. Kocabas, Y. Akyol, C. Özdemir, “New staining method for hand-cut in plant anatomy studies”. *Marmara Pharm J.*; 20:184-90. 2016.
- [7] H.S.M. Coxeter, S.L. Greitzer, "Geometry revisited, *Math. Assoc. Amer.* 1975.
- [8] S.Vassilev B.Eades “Generalions of the Voronoi Diagram”, *American Journal of Computational and Applied Mathematics*, 91- 96. 2013.
- [9] M. Horn, Weber J. “Computational Geometry Lecture Notes Voronoi Diagrams”, URL: [www.cs.princeton.edu › courses › archive › spring12 › cos423 › bib › vor](http://www.cs.princeton.edu/courses/archive/spring12/cos423/bib/vor), 25.03.2021.
- [10] H.Tietze, *Famous Problems of Mathematics: Solved and Unsolved Mathematics Problems from Antiquity to Modern Times*. New York: Graylock Press, p. 27, 1965.
- [11] A. Özdemir, “Geometric Modelling and Statistical Comparison of Some Sage Glandular Hair. *Fresenius Environmental Bulletin* Vol. 27, 9: 6417-6421. 2018.
- [12] W.R. Korn and R. M. Spalding. “The Geometry of Plant Epidermal Cells” *New Phytol.* 72:1357-1365. 1973.
- [13] A. Özdemir, AY Özdemir, K. Yetisen, “Statistical comparative petiole anatomy of *Salvia* sp.” *Planta Daninha* 34 (3), 465-474, 2016.
- [14] A. Özdemir, C. Özdemir, “Numerical Comparison of Anatomical Features In Some *Allium* L.” *Fresenius Environmental Bulletin* 27 (2), 1183-1190. 2018.
- [15] A. Özdemir and A. Özdemir, “Statistical Study on Some Micromorphological Characters”, *Avrupa Bilim ve Teknoloji Dergisi* 34: 135-141, 2022.