

Bir Mikro Yapıda Eş Merkezli Çemberlerin Geometrik Modellemesi

Ali Özdemir¹ ve Canan Özdemir^{2*}

¹Matematik /Fen Edebiyat Fakültesi, Manisa Celal Bayar Üniversitesi, Türkiye

²Biyoloji /Fen Edebiyat Fakültesi, Manisa Celal Bayar Üniversitesi, Türkiye

(cozdemir13@gmail.com)

Özet – Geometride, nesnelerin ortak bir merkezi paylaştıklarında eş merkezli oldukları söylenir. İç içe olan daireler, küreler, düzgün çokyüzlüler, düzgün çokgenler aynı merkez noktasını paylaştıklarından eş merkezlidirler. Öklid Geometrisinde, iki eş merkezli dairenin yarıçapları birbirinden farklıdır. Merkezleri ortak olan çemberlere eş merkezli çemberler denir ve yarıçapları farklıdır. Başka bir deyişle, aynı merkez noktasına sahip iki veya daha fazla daire olarak tanımlanır. Farklı yarıçaplara sahip iki eş merkezli daire arasındaki bölge halka olarak bilinir.

Geometride önemli bir yere sahip olan eş merkezli çember örneklerini çevremizde görmek mümkündür. Bir ağacın gövdesinden kesilen yatay enine kesit örnekleri, ağaç halkaları veya yıllık halkalar olarak da adlandırılan büyüme halkalarını ortaya çıkarabilir. Bu halkalar eş merkezli geometrik modellerdir. Bu geometrik tanıma sahip halkaları odunsu makro yapılarda çıplak gözle görebiliyoruz. Çalışmamızda ancak mikroskopla görebildiğimiz bazı otsu mikro yapılarda eş merkezli çember geometrik modeli gözlenmeye çalışılmıştır.

Araştırma sonucunda büyüme sağlayan doku hücrelerinin bitkide yerleşimlerinin geometride karşılığı, eş merkezli çember modeli olarak tanımlanan şekilde oldukları tespit edilmiştir. Çalışma materyali olarak bazı otsu bitki dokularından alınan enine kesitler ile hazırlanan preparatlar kullanıldı. Çalışmada incelenen bazı bitkilerin mikro dokularını oluşturan hücrelerinin oluşturdukları yerleşimlerinin matematiksel kavramlar çerçevesinde geometrik modellerinin tanımlanması ve formüller ile ifade edilmesi amaçlanmıştır. Literatürde mikro yapılar ile ilgili çalışmalar oldukça sınırlı sayıdadır. Makro yapılarda olduğu gibi materyalin mikro yapılarındaki geometrik modelleri de kullanılabilirlik açısından oldukça önemlidir.

Anahtar Kelimeler – Eş merkezli çember, Geometrik model, Mikro yapı

I. GİRİŞ

Merkezleri ortak olan iç içe girmiş çember ve dairelere eş merkezli çemberler veya daireler denir. Bu çemberlerin yarıçapları birbirinden farklıdır. Başka bir deyişle, aynı merkez noktasına sahip iki veya daha fazla çember ya da daire olarak tanımlanır. Farklı yarıçaplara sahip iki eş merkezli çember arasındaki bölge halka olarak bilinir. Geometride önemli bir yere sahip olan eş merkezli çember (concentric circles), örneklerini günlük yaşamımızda görebileceğimiz bir kavramdır. Küçük bir cismin durgun suya düşürülmesiyle oluşan dalgalanmalar, doğal olarak genişleyen bir eş

merkezli daireler sistemi oluşturur [1]. Hedef okçuluğu veya benzeri sporlarda kullanılan hedefler üzerinde eşit aralıklarla yerleştirilmiş daireler, eş merkezli dairelerin bilinen başka bir örneğini oluşturur [2].

Diğer bir örnek ağaçların gövdeleri kesildiğinde çıplak gözle görebileceğimiz renk farklılıklarına bağlı olarak gözlemlendiğimiz halkalardır. Bir ağacın gövdesinden bu şekilde kesilen yatay enine kesitler, ağaç halkaları veya yıllık halkalar olarak da adlandırılan büyüme halkalarının oluşturduğu eş merkezli çemberlerdir. Farklı araştırmacılar farklı makro yapılarda benzer çalışmalar yapmışlardır.

Ancak mikro yapılar ile ilgili çalışmalara literatürde daha az rastlanmaktadır [3-10].

II. MATERYAL VE YÖNTEM

Çalışmada bazı bitki dokuların mikro yapılarında eş merkezli çember geometrik modellerin varlığını ortaya çıkarmak için çalışma materyali olarak bazı bitki kısımlarında bulunan doku hücreleri kullanıldı. Mikron ölçülerinde alınan kesitler safranin ve fast green boyaları kullanılarak renklendirildi [11]. Kesitlerden hazırlanan preparatlar Leica DM 3000 motorlu mikroskop objektifleri kullanılarak incelendi ve farklı büyütmelede fotoğrafları çekildi. Eş merkezli çember geometri modelini tanımlamak için, literatür bilgileri doğrultusunda belirlenen matematiksel kavramlar ve formüller kullanıldı [12-14].

III. BULGULAR

Çalışmamızda farklı bazı bitki kısımlarından alınan enine kesitlerin mikro morfolojik yapılarında görülen doku hücrelerin yerleşim biçimlerinin eş merkezli çember olarak adlandırılan geometrik modele sahip oldukları tespit edilmiştir (Şekil 1-4).

Geometride, aynı merkezi paylaşan iki veya daha fazla nesnenin eş merkezli olduğu bilinir. Daireler, küreler, düzenli çokgenler, düzenli çokyüzlüler, paralelkenarlar, koniler, konik bölümler ve dörtgenler dahil olmak üzere, merkezleri iyi tanımlanmış herhangi bir nesne çifti eş merkezli olabilir [15]. İki veya daha fazla daire aynı düzlemde eş merkezli ise, iki farklı yarıçapa sahip olmaları gerekir. Eş merkezli daireler hiçbir zaman bir noktada kesişmez.

Geometrik nesnelere, aynı ekseni (simetri çizgisini) paylaşıyorlarsa eş eksensidir. İyi tanımlanmış bir eksene sahip geometrik nesnelere arasında daireler (merkezden geçen herhangi bir çizgi), küreler, silindirlere konik bölümler ve dönme yüzeyleri bulunur [16].

Eş merkezli nesnelere genellikle, spiralleri de (bir noktadan yayılan ve nokta etrafında dönerken daha uzağa hareket eden bir eğri) içeren geniş sarmal desenler kategorisinin bir parçasıdır.

Öklid düzleminde, eş merkezli iki çemberin mutlaka birbirinden farklı yarıçapları vardır [15].

Dairesel bir halka, iki farklı yarıçapa sahip iki eş merkezli dairenin çevresiyle sınırlanan düz bir

şekildir. Dairesel bir halkanın alanı, büyük dairenin alanından küçük dairenin alanı çıkarılarak bulunur.

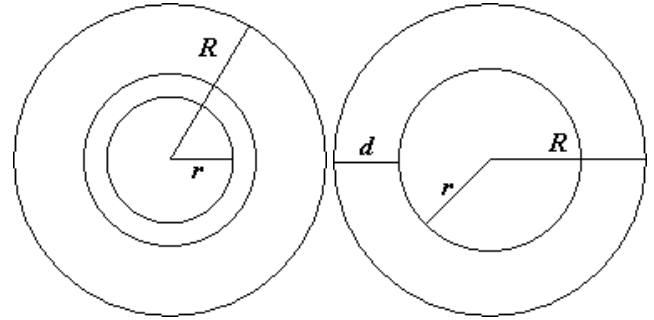
A büyük dairenin alanını a ise küçük dairenin alanını temsil etsin. Bu dairelere ait yarıçaplar ise R ve r olsun. Buna göre alan formülleri;

$$A_r = A - a = \pi R^2 - \pi r^2 = \pi(R^2 - r^2) \\ = \pi(R - r)(R + r).$$

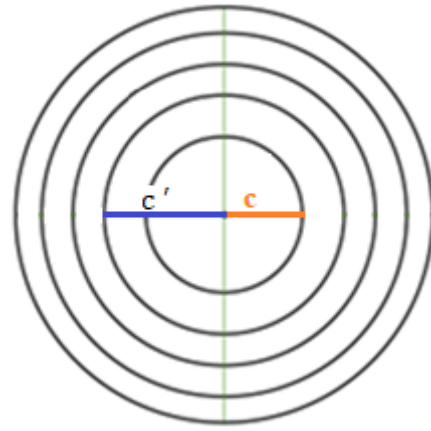
Halka genişliğini d gösterebilir buna göre;

$$d = (R - r)$$

dir.



Şekil 1. Eş merkezli çember geometri modelini oluşturan kısımları



Şekil 2. Çok sayıda çemberden oluşan Eş merkezli çember geometri modeli c : Birinci çember yarıçapı c' : İkinci çember yarıçapı

Bilindiği gibi merkez $(-g, -f)$ ve

$$\text{yarıçap } \sqrt{[g^2 + f^2 - c]}$$

olmak üzere çember denklemi

$$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0 \text{ dır.}$$

Böylece eş kenarlı çember denklemi ise aşağıdaki şekilde yazılabilir;

$$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c' = 0.$$

Her iki denklemden; aynı merkeze sahip olan $(-g, -f)$ iki çemberin yarıçaplarının farklı olduğu bulunur. Burada $c \neq c'$ dir.

Benzer olarak eğer bir çemberin merkezi (h, k) ve yarıçapı “ r ” ise çemberin denklemi

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

Benzer olarak bir eş merkezli çemberin denklemi

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r_1^2$$

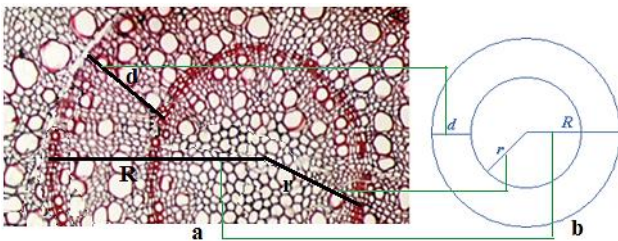
Şeklinde yazılır. Burada

$r \neq r_1$ dir.

Bu denklemde yarıçapa farklı değerler vererek iç içe girmiş çok sayıda çemberden oluşan (Şekil 2) eş merkezli çemberlerin denklemleri yazılabilir.



Şekil 3. Eş merkezli çember geometri modelinin mikroskop görüntüsü



Şekil 4. Eş merkezli çember geometrik modeli
a: Mikro yapıda Eş merkezli çember geometrik modeli
b: Eş merkezli çemberin geometrik modeli

IV. TARTIŞMA

Geometride, nesnelerin ortak bir merkezi paylaştıklarında eş merkezli oldukları söylenir.

Daireler, küreler ve normal çokgenler, ortak merkez noktasını paylaştıklarından eş merkezlidir.

Eş merkezli daireler, aynı merkez noktasını paylaşan iki veya daha fazla daire olarak tanımlanır. Birbirlerinin içine sığarlar ve merkezden aynı uzaklıkta bulunurlar.

Bu çalışmada incelenen örneklerin bazı mikro yapıların da eş merkezli daireler ve çemberlere sahip hücre gruplarının oluşturduğu yapılar tespit edilmiştir. Geometri kuralları ve matematik formülleri ile gösterilebilen bu yapılar bitkinin büyümesini sürdürebilmesini ve dokunun bütünlüğünü sağlamaktadır. Literatürde benzer çalışmalar çoğunlukla makro yapılar üzerindedir. Bu nedenle mikro yapılarda benzer çalışmaların yapılması önemlidir. Bu açıdan çalışmamızın gelecek araştırmacılara farklı bir bakış açısı sağlayacağı inancındayız.

V. SONUÇLAR

Bu çalışmada, bitkide büyümeyi sağlayan bazı doku hücrelerinin yerleşim biçimlerinin geometrik modellenmesi yapılmıştır. Araştırma materyali olarak kullanılan mikro yapılarda gözlenen hücre yerleşim düzenlerinin, geometride karşılığı “eş merkezli çember yada daire” olduğu gözlemlenmiş ve bir geometrik modellenmesi verilmiştir.

KAYNAKLAR

- [1] F.J. Ambrose, Waves and Ripples in Water, Air, and Other: Being a Course of Christmas Lectures Delivered at the Royal Institution of Great Britain, Society for Promoting Christian Knowledge, p. 20. 1902.
- [2] K. Haywood, C. Lewis, Archery: Steps to Success, Human Kinetics, p. xxiii, ISBN 9780736055420.2006.
- [3] J. C. Kapteyn, "Tree-growth and meteorological factors", Recueil des Travaux Botaniques Néerlandais, 11: 70-93. 1914
- [4] A. Özdemir, "Geometric Modelling and Statistical Comparison of Some Sage Glandular Hair. Fresenius Environmental Bulletin Vol. 27, 9: 6417-6421. 2018.
- [5] W.R. Korn and R. M. Spalding. "The Geometry of Plant Epidermal Cells" New Phytol. 72:1357-1365. 1973.
- [6] A. Özdemir, A.Y. Özdemir, K. Yetisen, "Statistical comparative petiole anatomy of Salvia sp." Planta Daninha 34 (3), 465-474, 2016.
- [7] A. Özdemir, C. Özdemir, "Numerical Comparison of Anatomical Features In Some Allium L." Fresenius Environmental Bulletin 27 (2), 1183-1190. 2018.

- [8] A. Özdemir and A. Özdemir, "Statistical Study on Some Micromorphological Characters", *Avrupa Bilim ve Teknoloji Dergisi* 34: 135-141, 2022.
- [9] H.Tietze, *Famous Problems of Mathematics: Solved and Unsolved Mathematics Problems from Antiquity to Modern Times*. New York: Graylock Press, p. 27, 1965.
- [10] H.S.M. Coxeter, S.L. Greitzer, "Geometry revisited, *Math. Assoc. Amer.* 1975.
- [11] B. Bozdog, O. Kocabas, Y. Akyol, C. Özdemir, "New staining method for hand-cut in plant anatomy studies". *Marmara Pharm J.*; 20:184-90. 2016.
- [12] A. Alexander, C.Daniel, K. Koeberlein, M. GERALYN, *Elementary Geometry for College Students*, Cengage Learning, p. 279, ISBN 9781111788599.
- [13] S. Joseph; A. Nuri, *Fluid Mechanics*, Springer, p. 174, ISBN 9783540735366. 2008.
- [14] Cole, George M.; Harbin, Andrew L. (2009), *Surveyor Reference Manual*, www.ppi2pass.com, §2, p. 6, ISBN 9781591261742.
- [15] Grissino-Mayer, Henri D. (n.d.), *The Science of Tree Rings: Principles of Dendrochronology*, Department of Geography, The University of Tennessee, archived from the original on November 4, 2016, retrieved October 23, 2016
- [16] J. Neil, M. Danny, M. Daniel, H. F Giles, D. Darren, R. Bronk . "Tree ring dating using oxygen isotopes: a master chronology for central England". *Journal of Quaternary Science*. 34 (6): 475–490. 2019.