All Sciences Proceedings
http://as-proceeding.com/

1st International Conference on Recent and Innovative Results in Engineering and Technology

August 16-18, 2023 : Konya, Turkey

ICRIRET
https://as-proceeding.com/index.php/icriret

Jeodezik-Tabanlı Dijkstra Algoritması Kullanılarak Açılabilir Yüzey Üzerinde İki Nokta Arasındaki Optimal En Kısa Yolun Elde Edilmesi

Vahide Bulut[1*], Aytuğ Onan[2] ve Betül Şenyayla[3]

[1]*Mühendislik Bilimleri Bölümü / İzmir Katip Çelebi Üniversitesi, Türkiye*
[2]*Bilgisayar Mühendisliği Bölümü / İzmir Katip Çelebi Üniversitesi, Türkiye*
[3]*Bilgisayar Mühendisliği Bölümü / Sivas Cumhuriyet Üniversitesi, Türkiye*

[*]*(vahide.bulut@ikcu.edu.tr)*

Özet **–** En kısa yolun bulunması, insansız kara-hava-deniz araçları veya mobil robotların yol planlaması, ya da navigasyon gibi alanlarda çok önemli bir yere sahiptir ve literatürde süregelen bir problem olmaya devam etmektedir. Bu amaçla, literatürde çok çeşitli en kısa yolu bulma yöntemleri tasarlanmıştır. Bu yöntemlerden en klasik ve kullanışlı olanı Dijkstra'nın 1959'da tanıttığı Dijkstra'nın en kısa yol algoritmasıdır. Dijkstra algoritması bir graf üzerindeki bir düğümden diğer bir düğüme olan en kısa uzaklığı hesaplar, ve bu yüzden bilgisayar bilimleri ve navigasyon gibi çeşitli alanlarda yaygın bir şekilde kullanılmaktadır. Diğer taraftan açılabilir yüzeyler de düzleme yırtılmadan ve bozulmadan serilebilen yüzeyler olduğundan dolayı endüstri, kağıt katlama, ayakkabı, elbise, gemi ve uçak gövdesi tasarımı gibi birçok alanda çok önemli bir yere sahiptir. Düzlem, koni, silindir, eğrinin teğetlerinden elde edilen açılabilir yüzey, rektifiye açılabilir yüzey bu yüzeylere örnek olarak verilebilir. Bu nedenle bu çalışmada öncelikle açılabilir yüzeyler üzerindeki jeodezik noktalar hesaplanmıştır. Ardından bu jeodezik noktalar baz alınarak Dijkstra algoritması uygulanmış ve optimal en kısa yol elde edilmiştir. Önerilen yöntemde jeodezik noktaların baz alınmasının nedeni, yüzey üzerinde iki nokta arasındaki jeodezik eğrinin bu iki nokta arasındaki en kısa uzaklığa karşılık gelmesidir. Ayrıca önerilen yöntemin doğruluğunu göstermek amacıyla simülasyon deneyleri yapılmıştır. Bu deneylerde, denklemini bildiğimiz silindir ve rektifiye açılabilir yüzeyleri baz alınmış, ardından bu yüzeylerin gerçek jeodezik eğrileri bulunmuştur. Diğer taraftan aynı yüzeyler üzerinde önerilen jeodezik-tabanlı Dijkstra algoritması uygulanarak yüzey üzerindeki optimal en kısa yol bulunmuştur. Ayrıca, gerçek jeodezik eğri ile önerilen yöntemle elde edilen yolların uzunlukları karşılaştırılmış bu uzunluklarının birbirine çok yakın olduğu görülmüştür.

Anahtar Kelimeler – Açılabilir Yüzey, Jeodezik, Dijkstra Algoritması, En Kısa Yol.

I. GİRİŞ

Bir yüzeyde noktalar arasındaki en kısa yolu bulmak, bilgisayar grafikleri, 3D bilgisayar görüşü [1], doku haritalama [2], arazi navigasyonu [3] ve yol planlaması [4] gibi birçok alanda hala güncel bir araştırma alanıdır. Bir yüzey üzerindeki iki nokta arasındaki herhangi bir düz eğri jeodezik yol olarak kabul edilir [5]. Araştırmacılar en kısa yolu hesaplamak için çeşitli yöntemler önermişler [6-15], fakat bu yöntemlerde hızlı çözümler istenmekte ve önerilen yöntemlerin doğruluğu makul kayıplarla kabul edilmektedir [16].

Açılabilir yüzey, bir düzleme bozulma veya yırtılma olmadan serilebilen yüzeydir [17]. Bu özelliğinden dolayı açılabilir yüzeyler giyim, boru tesisatı, araba parçaları, gemi gövdeleri ve ayakkabı tasarımı gibi çeşitli alanlarda kullanılmaktadır [18]. Serbest-biçimli açılabilir yüzeylerin tasarımı, çok çeşitli ve hedeflenen şekiller sunmalarına rağmen, son derece kısıtlı doğaları nedeniyle zor bir iştir. Bu nedenle çoğu durumda silindir ve koni gibi daha basit şekiller kullanılmaktadır [19].

En kısa yol problemini çözmek için en çok kullanılan yöntemlerden biri Dijkstra algoritmasıdır [20]. Bu algoritma çoğunlukla yönlendirme ve diğer ağa bağlı protokollerde kullanılır. Grafikteki belirli bir köşe için, algoritma, bir kaynak tepe noktasından bir hedef tepe noktasına en kısa yolun maliyetlerini bularak elde eder, hedef tepe noktasına ulaşan en kısa yol bulunduğunda, algoritma durdurulur [21].

Bu çalışmada, öncelikle açılabilir yüzeyler üzerindeki jeodezik noktalar tespit edilmesi, sonrasında Dijkstra algoritması kullanılarak jeodezik noktalar üzerinden iki nokta arasındaki optimal en kısa yolun elde edilmesi amaçlanmıştır.

II. MATERYAL VE YÖNTEM

Bu bölümde, öncelikle jeodezik ve Dijkstra algoritması bazı temel bilgiler verilmiş ve ardından önerilen yöntem ifade edilmiştir.

A. *Jeodezik ve Açılabilir Yüzeyler*

Tanım 1: R^3'ün bir S alt kümesinin her p noktası için R^2'de bir açık D kümesi ve $S \cap E$'nin D'ye homeomorf olması koşuluyla R^3'te bir açık E kümesi varsa, bu S alt kümeye yüzey denir [22].

Tanım 2: Bir $\boldsymbol{S} = \boldsymbol{S}(u, v)$ yüzeyi üzerindeki bir p noktasındaki birim normal vektör aşağıdaki denklem ile elde edilebilir [23]:

$$\boldsymbol{N} = \frac{\boldsymbol{S_u} \times \boldsymbol{S_v}}{\|\boldsymbol{S_u} \times \boldsymbol{S_v}\|} \tag{1}$$

Tanım 3: $\boldsymbol{S}$ yüzeyi üzerindeki bir $\boldsymbol{r}(t) = \boldsymbol{r}(u(t), v(t))$ eğrisinin $\boldsymbol{r}(t_0)$ noktasındaki ikinci türevi sıfır ise ya da yüzeyin aynı noktasındaki teğet düzleme dik ise bu eğri bir jeodezik eğridir [22].

E^3 de bir $\boldsymbol{r}(s)$ eğrisi s yay parametresi olmak üzere eğer $\|\boldsymbol{r}'(s)\| = 1$ koşulunu sağlıyorsa bu eğri birim hızlı eğri olarak isimlendirilir. Aynı eğrinin Frenet-Serret çatısı bulunmakta ve bu çatının türev formülleri aşağıdaki şekildedir:

$$\boldsymbol{r}' = \boldsymbol{T}, \quad \frac{\boldsymbol{T}'}{\|\boldsymbol{T}'\|} = \boldsymbol{n}, \quad \text{ve } \boldsymbol{T} \times \boldsymbol{n} = \boldsymbol{b} \tag{2}$$

burada $\boldsymbol{T}$, $\boldsymbol{n}$, ve $\boldsymbol{b}$ vektörleri sırasıyla birim teğet, asal normal ve binormal vektöre karşılık gelmektedir.

Bir parametreye bağlı doğru ailesi regle yüzey olarak isimlendirilir ve her doğru üreteç veya doğuran olarak isimlendirilir [22]. Eğer bir regle yüzey üzerinde, doğuran boyunca teğet düzlem sabit ya da doğuranın uç noktalarında yüzey normalleri birbirine paralel olursa bu regle yüzey açılabilir yüzey olarak isimlendirilir [24]. Düzlem, silindir ve koni açılabilir yüzeylere örnek olarak verilebilir.

B. *Dijkstra Algoritması*

En kısa yol problemi, genellikle köşe noktaları ile kenarları olan ağırlıklı bir grafta başlangıç düğümü ile bitiş düğümü arasındaki en kısa mesafenin bulunması anlamına gelmektedir. En kısa yol problemi, bilgisayar bilimi, yöneylem araştırması ve coğrafi bilgi biliminde çok önemli bir kullanıma sahiptir [25].

En kısa yol probleminde Dijkstra algoritması, en klasik ve yaygın olarak kullanılan algoritma olarak kabul edilmektedir. Zaman karmaşıklığı O(|E|+|V|log|V|) olduğundan zaman karmaşıklığı açısından iyidir. Üretilen sonuç yalnızca başlangıç düğümünden bitiş düğümüne giden en kısa yolu bulmakla kalmaz, aynı zamanda başlangıç düğümünden grafikteki her düğüme giden en kısa yolu da bulur. Dijkstra'nın algoritmasının temel fikri bir karşılaştırma döngüsüdür [26]. Dijkstra algoritmasının adımları aşağıda verilmiştir [27]:

1. Öncelikle, tüm düğümleri ziyaret edilmemiş olarak işaretlenmelidir.

2. Seçilen başlangıç düğümü 0 uzaklık mesafesiyle ve geri kalan düğümler sonsuz olarak işaretlenmelidir.

3. Mevcut düğüm (ilk adımda başlangıç düğümü) için, ziyaret edilmemiş tüm komşular analiz edilmeli ve mevcut düğümün mevcut mesafesini, komşu düğümü ve mevcut düğümü birbirine bağlayan kenarın ağırlığına ekleyerek mesafeler ölçülmelidir.

4. En son ölçülen mesafe, komşu düğüme atanan mevcut mesafe ile karşılaştırılmalı ve komşu düğümün yeni mevcut mesafesi yapılmalıdır.

5. Bundan sonra, mevcut düğümün tüm ziyaret edilmemiş komşuları göz önünde bulundurulmalı ve mevcut düğüm ziyaret edildi olarak işaretlenmelidir.

6. Eğer hedef düğüm ziyaret edildi olarak işaretlendiyse algoritma sonlanmalı, aksi takdirde, en az mesafeyle işaretlenmiş ziyaret edilmemiş düğüm seçilmeli, yeni geçerli düğüm olarak güncellenmeli ve 3. adımdan itibaren işlemler tekrarlanmalıdır.

C. *Önerilen Yöntem*

İki nokta arasındaki en kısa yolu bulmak, başta otonom robotlar veya araçlar için yol planlama olmak üzere çeşitli alanlarda güncel bir sorundur. Bir yüzeydeki iki nokta arasındaki en kısa yolun her zaman jeodezik olduğu varsayılır [22] ve ayrıca bir jeodezik, bir yüzeydeki iki nokta arasındaki en kısa yolu ifade eder [28]. Dolayısıyla bu çalışmada, açılabilir yüzeyler üzerinde jeodezik-tabanlı-Dijkstra algoritması önerilmiştir. Algoritmanın adımları aşağıda sunulmuştur:

Adım 1. Açılabilir yüzeyin 2B verisinin boyutu kadar bir maliyet matrisi oluşturun ve her elemanı 0 olarak belirleyin.

Adım 2. Açılabilir yüzey üzerindeki her noktada yüzey normallerini ($\boldsymbol{N}$) hesaplayın.

Adım 3. Açılabilir yüzey üzerindeki her noktada asal normallerini ($\boldsymbol{n}$) hesaplayın.

Adım 4. Yüzeyin her noktasındaki yüzey normali ($\boldsymbol{N}$) ve asal normali ($\boldsymbol{n}$) arasındaki açıyı hesaplayın.

Adım 5. Bulunan açıların sinüs değerlerini hesaplayın.

Adım 6. Sinüs değerlerinin ortalamasına göre bir eşik değeri belirleyin.

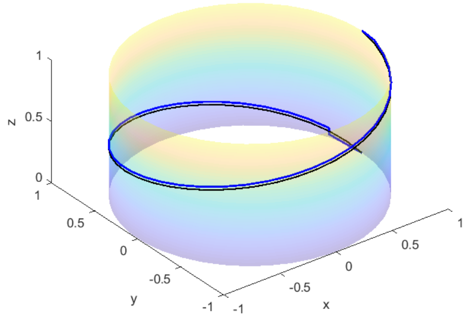
Adım 7. Eğer yüzey üzerindeki her noktada hesaplanan sinüs değeri eşik değerden büyükse maliyet matrisinin ilgili elemanını ∞ olarak güncelleyin.

Adım 8. Dijkstra algoritmasını uygulayın.

Adım 9. Dijkstra algoritmasının döndürdüğü sonuç düğümlerine karşılık gelen yüzey üzerindeki noktaları birleştirerek başlangıç be bitiş noktası arasındaki en kısa yolu belirleyin.

D. *Simülasyon Örnekleri*

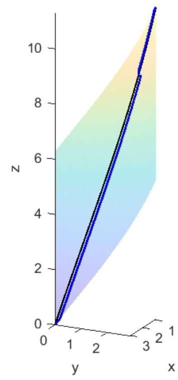
Örnek 1: Bu simülasyon deneyinde, önerilen yöntemin üstünlüğünü göstermek için bir dik dairesel silindir seçilmiştir. Bu amaçla en kısa yola [22] karşılık gelen kesin jeodezik eğri elde edilmiş ve önerilen yöntemle elde edilen eğri karşılaştırılmıştır. Karşılaştırma, Şekil 1'de gösterilmiştir.



Şekil 1. Önerilen jeodezik-tabanlı-Dijkstra algoritması ile elde edilen eğri (mavi) ile dairesel silindir üzerindeki gerçek jeodezik eğri (siyah) arasındaki karşılaştırma.

Şekil 1 de, önerilen yöntemle elde edilen mavi eğrinin uzunluğu 6.4028 iken gerçek jeodezik eğrinin uzunluğu ise 6.3559'dur.

Örnek 2: Bu simülasyon deneyinde de, örnek olarak bir rektifiye açılabilir yüzeyi seçilmiştir. Bu amaçla en kısa yola [22] karşılık gelen kesin jeodezik eğri elde edilmiş ve önerilen yöntemle elde edilen eğri karşılaştırılmıştır. Karşılaştırma, Şekil 2'de gösterilmiştir.



Şekil 2. Önerilen jeodezik-tabanlı-Dijkstra algoritması ile elde edilen eğri (mavi) ile dairesel silindir üzerindeki gerçek jeodezik eğri (siyah) arasındaki karşılaştırma.

Şekil 2 de, önerilen yöntemle elde edilen mavi eğrinin uzunluğu 12.0564 iken gerçek jeodezik eğrinin uzunluğu ise 11.9215'dir.

Uygulanan simülasyon örneklerinde önerilen yöntemin doğruluğu, dairesel silindir ve rektifiye açılabilir yüzey üzerinde gerçek jeodezik eğri ile eğrilerin uzunluğu cinsinden karşılaştırılarak gösterilmiştir. Eğrilerin uzunlukları arasındaki farkın az olması önerilen yöntemin doğruluğunu kanıtlamaktadır.

III. SONUÇ

Bir yüzey üzerinde iki nokta arasındaki en kısa yolu bulmak, bilgisayar grafikleri, doku haritalama ve özellikle otonom veya mobil robotların yol planlaması gibi çeşitli alanlarda popüler bir problemdir. Bu amaçla çalışma kapsamında, açılabilir yüzeyler üzerinde iki nokta arasındaki en kısa yolu bulmak için öncelikle her noktadaki jeodezik değerler hesaplanmıştır. Ardından, bu jeodezik değerler üzerinden bir maliyet matrisi oluşturularak Dijkstra algoritması uygulanmış ve verilen iki nokta arasındaki optimal en kısa yol elde edilmiştir. Yapılan simülasyon örnekleri de önerilen yöntemin doğruluğunu kanıtlamaktadır.

TEŞEKKÜR

Bu çalışma, TÜBİTAK 122F455 numaralı proje kapsamında desteklenmiştir.

KAYNAKLAR

[1] Rolandos Alexandros Potamias, Jiali Zheng, Stylianos Ploumpis, Giorgos Bouritsas, Evangelos Ververas, and Stefanos Zafeiriou. Learning to generate customized dynamic 3d facial expressions. In *Computer Vision –ECCV 2020*, pages 278–294. Springer International Publishing, 2020.

[2] G. Zigelman, R. Kimmel, and N. Kiryati. Texture mapping using surface flattening via multidimensional scaling. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 8(2):198–207, 2002.

[3] M. Lanthier, A. Maheshwari, and J. R. Sack. Approximating shortest paths on weighted polyhedral surfaces. *Algorithmica*, 30(4):527–562, oct 2001.

[4] F A Jolesz, W E Lorensen, H Shinmoto, H Atsumi, S Nakajima, P Kavanaugh, P Saiviroonporn, S E Seltzer, S G Silverman, M Phillips, and R Kikinis. Interactive virtual endoscopy. *American Journal of Roentgenology*, 169(5):1229–1235, nov 1997.

[5] Keenan Crane, Marco Livesu, Enrico Puppo, and Yipeng Qin. A survey of algorithms for geodesic paths and distances, 2020.

[6] Pankaj K. Agarwal, Sariel Har-Peled, Micha Sharir, and Kasturi R. Varadarajan. Approximating shortest paths on a convex polytope in three dimensions. *Journal of the ACM*, 44(4):567–584, jul 1997.

[7] Alberto Bartesaghi and Guillermo Sapiro. A system for the generation of curves on 3d brain images. *Human Brain Mapping*, 14(1):1–15, 2001.

[8] Sariel Har-Peled. Constructing approximate shortest path maps in three dimensions. *SIAM Journal on Computing*, 28(4):1182–1197, jan 1999.

[9] John Hershberger and Subhash Suri. Practical methods for approximating shortest paths on a convex polytope in r3. *Computational Geometry*, 10(1):31–46, apr 1998.

[10] Masaru Kageura and Kenji Shimada. Finding the shortest path on a polyhedral surface and its application to quality assurance of electric components. *Journal of Mechanical Design*, 126(6): 1017-1026,2004.

[11] Takashi Kanai and Hiromasa Suzuki. Approximate shortest path on a polyhedral surface and its applications. *Computer-Aided Design*, 33(11):801–811, sep 2001.

[12] R. Kimmel and J. A. Sethian. Computing geodesic paths on manifolds. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 95(15):8431–8435, jul 1998.

[13] N. Khaneja, M.I. Miller, and U. Grenander. Dynamic programming generation of curves on brain surfaces. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 20(11):1260–1265, 1998.

[14] M. Novotni and R. Klein. Computing geodesic distances on triangular meshes. In *The 10-th International Conference in Central Europe on Computer Graphics, Visualization and Computer Vision'2002 (WSCG'2002)*, 2002.

[15] Kasturi R. Varadarajan and Pankaj K. Agarwal. Approximating shortest paths on a nonconvex polyhedron. *SIAM Journal on Computing*, 30(4):1321–1340, jan 2000.

[16] M. Balasubramanian, J.R. Polimeni, and E.L. Schwartz. Exact geodesics and shortest paths on polyhedral surfaces. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 31(6):1006–1016, jun 2009.

[17] Sergey N. Krivoshapko. Tangential developable and hydrodynamic surfaces for early stage of ship shape design. *Ships and Offshore Structures*, 18(5):660–668, apr 2022.

[18] Kai Tang, Ming-En Wang, Lin-Lin Chen, Shuo-Yan Chou, Tony C. Woo, and Ravi Janardane. Computing planar swept polygons under translation. *Computer-Aided Design*, 29(12):825–836, dec 1997.

[19] Floor Verhoeven, Amir Vaxman, Tim Hoffmann, and Olga SorkineHornung. Dev2pq: Planar quadrilateral strip remeshing of developable surfaces. *ACM Transactions on Graphics*, 41(3):1–18, mar 2022.

[20] Yong Deng, Yuxin Chen, Yajuan Zhang, Sankaran Mahadevan, Fuzzy Dijkstra algorithm for shortest path problem under uncertain environment, Applied Soft Computing, Volume 12, Issue 3, Pages 1231-1237, 2012.

[21] N. Makariye, Towards shortest path computation using Dijkstra algorithm, *2017 International Conference on IoT and Application (ICIOT)*, Nagapattinam, India, pp. 1-3, 2017.

[22] Andrew Pressley. Elementary Differential Geometry. Springer London, 2010.

[23] B. O'Neill. Elementary Differential Geometry. Academic Press, Cambridge, Massachusetts, 1966.

[24] Abraham Goetz. Introduction to Differential Geometry. Addison Wesley Pub. Co., 1970.

[25] Ruiting Chen. Dijkstra's Shortest Path Algorithm and Its Application on Bus Routing, Proceedings of the 2022 International Conference on Urban Planning and Regional Economy, Atlantis Press, 321-325, 2022.

[26] Thomas H. Cormen, Charles E. Leiserson, Ronald L. Rivest and Clifford Stein. Introduction to algorithms. MIT press, 2009.

[27] Wawan Gunawan and Susafaati and Budi Sudrajat. Implementation of Dijkstra's Algorithm in the Shortest Route, Scholars Bulletin, 5(12), 681-689, 2019.

[28] Hongchuan Yu and Jian Zhang. Geodesic computation on implicit surfaces. International Journal of Information Science and Computer Mathematics, 2, 2010.