

Mikro Yapılarda Polygonal Geometrik Modeller

Ali Özdemir^{1*} ve Canan Özdemir²

¹Matematik /Fen Edebiyat Fakültesi, Manisa Celal Bayar Üniversitesi, Türkiye

²Biyoloji /Fen Edebiyat Fakültesi, Manisa Celal Bayar Üniversitesi, Türkiye

(alialpozdemir@gmail.com) Başlıca yazarın mail adresi

Özet –Yaşadığımız gezegende yer alan birçok materyallerin fiziksel, biyolojik ve işlevsel özellikleri, onların sahip oldukları makro yapılarının yanında, mikro yapılarının şeklini tanımlayan geometrik yapılarına, uzaysal dağılımlarına ve yerleşim biçimlerine de bağlıdır. Evrendeki bu yüzeyleri modellemek için çeşitli matematiksel kavramlar kullanılabilir. Materyallerin yüzeylerini oluşturan geometrik şekle sahip mikro yapılar aralarındaki bağlantının kuvvetlenmesini, o materyalin bütünlüğünü ve en verimli şekilde kullanımını sağlar. Bu bağlamda makro yapılarda olduğu gibi materyalin mikro yapılarındaki geometrik şekilleri de oldukça önemlidir. Literatürde pek çok alanda çıplak gözle görülebilir makro yapılar ile ilgili geometri çalışmaları yer alırken, yalnızca mikroskopta görebileceğimiz mikro yapılarla ilgili bu tip çalışmalar oldukça sınırlı sayıdadır. Bu çalışmamızda sadece mikroskop ile görebileceğimiz bazı bitki dokularını oluşturan yapıların matematiksel kavramlar ışığında geometrik modellerinin tanımlanması ve formüller ile ifade edilebilmesi amaçlanmıştır. Bu dokuları oluşturan mikro yapılar belli bir düzen içerisinde bir araya gelerek üstlendikleri görevleri bu sayede yerine getirirler. Çalışmada örneklere ait mikro yapıların bir araya geliş biçimlerinin matematiksel tanımı geometride tiling veya tessellation diye ifade edilen “bir yüzeyin, genellikle bir düzlemin, karo adı verilen bir veya daha fazla geometrik şekil kullanılarak, üst üste binme veya boşluk olmaksızın kaplanması” şeklinde ifade edilen tanım ışığında yapılmıştır. Çalışmada incelenen örneklerin yerleşim biçimlerini oluşturan ve sahip oldukları farklı polygonal geometrik yapıları ve bunların matematiksel formülleri literatür bilgilerinde belirlenen matematiksel kavramlar kullanılarak değerlendirildi.

Anahtar Kelimeler – Geometrik Model, Mikro Yapı, Polygonal, Tiling,

I. GİRİŞ

Bir materyalin özellikle canlı materyallerin mikro yapısının özellikleri onların dayanıklılık, en küçük alanı kaplaması ve kütle transferi gibi fiziksel özelliklerinin kalitesi açısından çok önemlidir [1]. Materyalleri oluşturan mikro yapılar o materyalin tamamını oluşturduğu için aralarındaki bağlantının şekli önemlidir. Bu bağlantı geometrik kavram olan tiling teriminde yer alır ve bir yüzeyin, bir veya daha fazla geometrik şekil kullanılarak, bir araya gelme veya boşluk olmaksızın kaplanması olarak tanımlanır. Aynı zamanda mozaiklenme farklı geometrik şekillere sahip poligonal yapıların belirli bir kurallar dizisine göre düzenlenmesidir [2]. Bu mikro yapıların özelliklerini incelemek, tanımlamak

ve geometrik modellerini oluşturmak, mikro ölçekli örnek modeller geliştirmek için temel bir gereklilik olarak kabul edilir [3]. Materyallerin mikro geometrik yapıları tespit edilip örnek model olarak değerlendirildiğinde makro ölçekte verimlilik parametreleri belirlenebilir hale gelmektedir.

Bu çalışmada bazı mikro yapıların şeklini oluşturan ve matematikte karşılığı olan, formüllerle ifade edilebilen geometrik modellerini belirlenmeye çalışılmıştır.

II. MATERYAL VE YÖNTEM

Bu çalışmada Limonium cinsine ait bazı yaprak örneklerinin mikro yapıları materyal olarak kullanıldı. Bu materyallerden yüzeysel kesitler alınarak poligenal geometrik modellerinin tanımlanmasında kullanılmıştır. Elde edilen

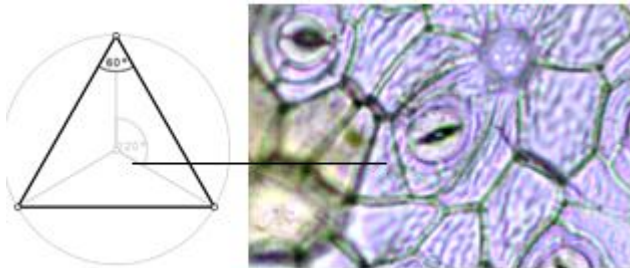
yüzeysel numuneler belli oranlarda safranin ve fast green boyaları kullanılarak [4]. Kesitlerden hazırlanan preparatlar Leica DM 3000 motorlu mikroskop objektifleri kullanılarak incelendi ve farklı büyütmelerde fotoğrafları çekildi. Mikro yapıların geometrik modellerini tanımlamak için, literatür bilgileri ışığında belirlenen matematiksel kavramlar kullanıldı.

III. BULGULAR

Bu çalışmada bazı mikro morfolojik yapıların geometrik modelleri belirlenmeye çalışılmıştır. Yapılan gözlemler sonucunda incelenen mikro yapıların farklı polygonal şekillere sahip hücrelerin oluşturduğu dizilimler olduğu olduğu tespit edilmiştir. İncelenen mikro yapıların bu farklı yerleşimleri geometride karşılığı tiling yada tessellation olan mozaikleme (döşeme) kavramında yer almaktadır. Çalışmadaki mikro yapıların farklı geometrik şekillere sahip poligonal yapıları belirli bir kurallar çerçevesinde düzenledikleri gözlenmiştir. Poligonal yapılar, düzlemde herhangi üçü doğrusal olmayan n tane noktayı ikişer ikişer birleştiren doğru parçalarının oluşturduğu kapalı şekillerdir. Tüm kenar uzunlukları ve açıları eşit olan çokgenlere regular poligonlar (düzgün çokgen) denir ve belli matematiksel formüllere sahiptir. Üçgen dışında tüm regular poligonların açıları eşittir. Eşit kenarlara sahip olmayan poligonlar regular olmayan çokgenlerdir.

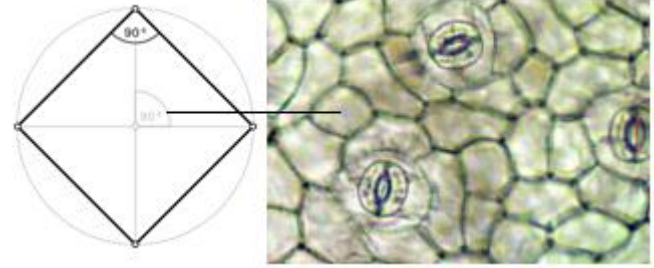
Araştırdığımız mikro yapıların beş farklı poligonal yapıdan meydana geldiğini tespit ettik (Şekil 1-5).

1.Regular triangle (Üçgen): Bir üçgen düzlemde birbirine doğrusal olmayan üç noktayı birleştiren üç doğru parçasının birleşiminden oluşan bir çokgendir. Geometrideki temel şekillerden biridir (Şekil 1).



Şekil 1. Regular triangle (Üçgen) mikro yapı ve geometrik modeli [5].

2. Regular quadrilateral (Kare): Dörtgen, herhangi üçü doğrusal olmayan dört noktayı sırayla birleştiren doğru parçalarının oluşturduğu kapalı şekle denir. Dört kenarı ve dört köşesi olan çokgendir. İki eşit uzunlukta bitişik kenarı olan bir dikdörtgen olarak da tanımlanabilir. İç açısı, merkez açısı ve dış açısı birbirine eşit (90°) ve köşegen uzunlukları eşit olan tek düzgün çokgendir. (Şekil 2).



Şekil 2. Regular quadrilateral (Kare) mikro yapı ve geometrik modeli [6].

3. Regular pentagon (Düzenli beşgen):

Düzgün beşgenler, her bir kenar uzunluğu ve her bir iç açısının ölçüsü birbirine eşit olan beşgenlerdir (Şekil 3). Bu tür beşgenlerin çevresini ve alanını bulabilmek için, kenar uzunluğunun bilinmesi yeterlidir. Alan hesabında aşağıdaki formül kullanılır;

$$A = \frac{t^2 \sqrt{25 + 10\sqrt{5}}}{4} = \frac{5t^2 \cdot \tan(54^\circ)}{4} \approx 1.720477401t^2.$$

Ayrıca bu geometrik yapının,

H: bir kenardan diğer köşeye olan mesafe

R: yarıçap

W veya (D): birbirinden en uzak iki nokta arasındaki mesafe; değerleri aşağıdaki formüller ile hesaplanır.

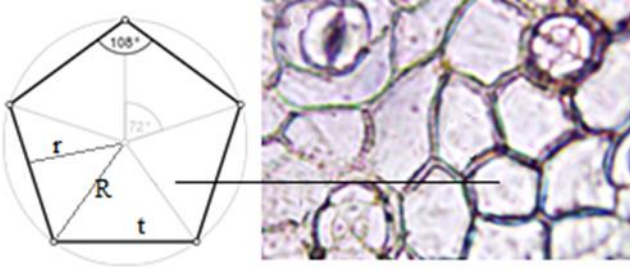
$$H = \frac{5 + 2\sqrt{5}}{2} t \approx 1.539t,$$

$$W = D = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} t \approx 1.618t,$$

$$W = \sqrt{2 - \frac{2}{\sqrt{5}}} H \approx 1.051H,$$

$$R = \sqrt{\frac{5 + \sqrt{5}}{10}} t \approx 0.8507t,$$

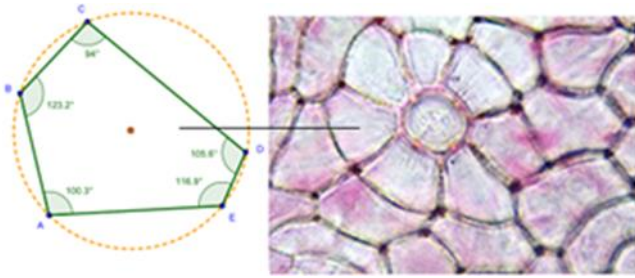
$$D = R \sqrt{\frac{5 + \sqrt{5}}{2}} = 2R \cos 18^\circ = 2R \cos \frac{\pi}{10} \approx 1.902R.$$



Şekil 3. Regular pentagon (Düzenli beşken) mikro yapı ve geometrik modeli [7]. r: çevre yarıçapı R: daire yarıçapı t: kenar uzunluğu

4. Cyclic pentagon (Döngüsel -Düzensiz beşken):

Döngüsel beşken olarak adlandırılan adlandırılan bu poligenal yapıda 5 adet olan kenarlar birbirine eşit değildir. Bu kenarların içinde buldukları çemberin merkezine olan mesafeleri farklı ölçülerdedir (Şekil 4).



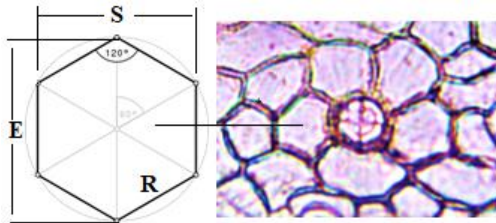
Şekil 4. Cyclic pentagon (Döngüsel -Düzensiz beşken) mikro yapı ve geometrik modeli [7].

5. Regular hegzagonal (Düzenli altıgen):

Bir altıgen, altı kenarı ve altı köşesi olan çokgendir. Ayrıca kenarları ve iç açıları eşitse düzgün altıgen olarak adlandırılır (Şekil 5). Düzgün altıgenin iç açılarının her biri 120°'dir. Alan (A) ve çevre (P) hesabında aşağıdaki formüller kullanılır;

$$A = \frac{\sqrt{3}}{2} S^2 = 0,866. S^2 = \frac{\sqrt{3}}{2} . R^2 = \frac{\sqrt{3}}{8} . E^2$$

$$P = 6. R = 3. E = \frac{S}{\sqrt{3}} .$$



Şekil 5. Regular hegzagonal (Düzenli altıgen) mikro yapı ve geometrik modeli [8].

IV. TARTIŞMA

Bu çalışma ile incelenen bazı mikro yapıların farklı poligonal geometrik özelliklere sahip olduğu tespit edildi. İncelenen örneklerde tespit edilen farklı poligonal geometrik modellemelere sahip mikro yapıların bir araya gelerek bütünlüğü sağladığı görülmüştür. Belli matematik formülleri çerçevesinde bir araya gelen bu yapılar dokunun bütünlüğünü sağlayarak işlevlerini verimli yerine getirmelerine yardımcı olmaktadır.

Çevremizde yer alan canlı, cansız birçok materyallerin fiziksel, biyolojik ve işlevsel özellikleri, onların mikro yapılarının boyutuna, şekline, yerleşim biçimlerine bağlıdır. Bu yapıların, matematik kavramlar ışığında geometrik özelliklerini açığa çıkararak, bunların birçok alanda örnek modeller olarak kullanımlarını sağlayabiliriz.

Literatürde makro yapılara ilişkin benzer çalışmalar bulunmaktadır [9]-[12]. Bunun yanı sıra mikro yapılar ile ilgili benzer çalışmalar oldukça azdır [13]-[17].

Çalışmada incelenen örneklerin yerleşim biçimlerini oluşturan ve sahip oldukları farklı polygonal geometrik yapıları ve bunların matematiksel formülleri literatür bilgilerinde belirlenen matematiksel kavramlar kullanılarak değerlendirildi.

V. SONUÇLAR

Bu çalışma ile bazı mikro yapıların şekilleri matematiksel olarak değerlendirilerek geometrik modellemeleri tespit edilmeye çalışılmıştır. Böylece ilgili alanda farklı bir bakış açısı getirilmeye çalışılarak, benzer konularda gelecekte yapılacak araştırmalar için karşılaştırma fırsatı sağlanmıştır.

KAYNAKLAR

- [1] J. M. Aguilera, why food microstructure? J. Food Eng. 67, 3-11, 2005.
- [2] M. C. Ghyka. The Geometry of Art and Life, 2nd ed. New York: Dover. 1977.
- [3] R. Conway, H. Burgiel, Goodman-Strauss G The Symmetries of Things. Peters.D. Pasini, Journal of Design & Nature and Ecodynamics 3, 1, 2008.
- [4] B. Bozdog, O. Kocabas, Y. Akyol, C. Özdemir, "New staining method for hand-cut in plant anatomy studies". Marmara Pharm J.; 20:184-90. 2016.
- [5] H.S.M. Coxeter, S.L. Greitzer, "Geometry revisited, Math. Assoc. Amer. 1975.

- [6] Zalman Usiskin and Jennifer Griffin, "The Classification of Quadrilaterals. A Study of Definition", Information Age Publishing, 2008, p. 59, ISBN 1-59311-695.
- [7] D. P. Robbins. "Areas of Polygons Inscribed in a Circle". *Discrete and Computational Geometry*. 12 (2): 223–236. 1994.
- [8] D. Nikolaos, "Dao's theorem on six circumcenters associated with a cyclic hexagon". *Forum Geometricorum*. 14: 243–246. 2014.
- [9] H.Tietze, *Famous Problems of Mathematics: Solved and Unsolved Mathematics Problems from Antiquity to Modern Times*. New York: Graylock Press, p. 27, 1965.
- [10] D.Hilbert and S. Cohn-Vossen. *Geometry and the Imagination*. New York: Chelsea, p. 10, 1999.
- [11] P. S. Alexandroff, *Combinatorial Topology*. New York: Dover, 1998.
- [12] W. Weisstein, Eric "Conical Frustum." From MathWorld--A Wolfram Web Resource. <https://mathworld.wolfram.com/ConicalFrustum.html>
- [13] A. Özdemir, "Geometric Modelling and Statistical Comparison of Some Sage Glandular Hair. *Fresenius Environmental Bulletin* Vol. 27, 9: 6417-6421. 2018.
- [14] W.R. Korn and R. M. Spalding. "The Geometry of Plant Epidermal Cells" *New Phytol*. 72:1357-1365. 1973.
- [15] A. Özdemir, AY Özdemir, K. Yetisen, "Statistical comparative petiole anatomy of *Salvia* sp." *Planta Daninha* 34 (3), 465-474, 2016.
- [16] A. Özdemir, C. Özdemir, "Numerical Comparison of Anatomical Features In Some *Allium* L." *Fresenius Environmental Bulletin* 27 (2), 1183-1190. 2018.
- [17] A. Özdemir and A. Özdemir, "Statistical Study on Some Micromorphological Characters", *Avrupa Bilim ve Teknoloji Dergisi* 34: 135-141, 2022.