

## Bazı Mikro Yapılarda Geometrik Yansıma (reflectional symmetry) Simetrisi

Ali Özdemir<sup>1</sup> ve Canan Özdemir<sup>2\*</sup>

<sup>1</sup>Matematik /Fen Edebiyat Fakültesi, Manisa Celal Bayar Üniversitesi, Türkiye

<sup>2</sup>Biyoloji /Fen Edebiyat Fakültesi, Manisa Celal Bayar Üniversitesi, Türkiye

(cozdemir13@gmail.com)

**Özet** – Bu çalışmamızda bazı bitki dokularının ancak mikroskop ile görebildiğimiz mikro yapılarında gözlemlediğimiz simetri özelliklerini inceleyip matematiksel tanımlarını gösterdik. Genel tanımı ile simetri, bir nesnenin parçalarının farklı yönlerde veya konumlarda tekrarlanmasından kaynaklanır. Geometride simetri farklı özelliklerine göre gruplandırılır. Yansıma (reflectional symmetry) simetrisi bu simetri gruplarından biridir. Ayna ya da bilateral simetri; yansıma simetri grubuna dahil olan bizim de bu çalışmada incelediğimiz mikro yapılarda olduğu gibi çoğu organizmanın vücut planlarında görülen geometrik simetri çeşitlerinden biridir. Bilateral simetri iki yönlüdür ve nesneyi ikiye bölen bir dikey simetri eksenine sahiptir. Çalışmada materyal olarak kullandığımız mikro yapıları elde etmek için bitki dokularından alınan enine kesitler ile hazırlanan preparatlar kullanıldı. Çalışmamızda ancak mikroskopla görebildiğimiz bazı bitki yaprak sapı mikro yapılarında yansıma simetri yapıları belirlenip, matematiksel formülleri ve geometrik özellikleri literatür ışığı doğrultusunda gösterilmiştir. Örneklerine çevremizdeki bir çok organizmada, makro yapılarda kolaylıkla rastlayabileceğimiz yansıma simetrisi ile ilgili literatürde pek çok çalışma bulunmaktadır. Literatür taramamızda, çalışma materyali olarak kullandığımız ve mikro yapılarındaki geometrik simetrilerini incelediğimiz örnekler ile ilgili bir çalışmaya rastlamadık. Bunun yanı sıra ancak mikroskopla gözleyebileceğimiz mikro yapıların simetrisi ile ilgili çalışmalar da literatürde oldukça sınırlı sayıdadır. Çalışmada örneklerden alınan enine kesitler mikroskopta daha iyi gözlenebilmesi için safranin ve fast green boyaları ile renklendirilmiştir. Bu preparatlar farklı büyütme oranlarında incelenip mikroskop fotoğrafları elde edilmiştir.

**Anahtar Kelimeler** – Bilateral, Geometri, Mikro yapı, Simetri, Yansıma

### I. GİRİŞ

Çalışmamızda bazı mikro yapılarda görülen simetrinin tespiti, geometrideki tanımı ve formüller ile gösterimi yapılmaya çalışılmıştır. Genel tanımı ile simetri, bir nesnenin parçalarının farklı yönlerde veya konumlarda tekrarlanmasından kaynaklanır. Eğer bir nesneye yansıma, döndürme veya öteleme gibi etki uygulandığında o nesne bazı özelliklerini koruyorsa o nesne matematiksel anlamda simetridir [1]. Simetri kavramında simetri çeşidini belirlemek için bir nesneye geometrik bir dönüşüm uygulandığında geçirdiği değişiklikleri dikkate alıyoruz. Dönüşüm, düzlemde (veya uzayda) nesnenin tüm noktaları arasında bire bir karşılık gelen geometrik bir değişikliktir [2]. Başka bir

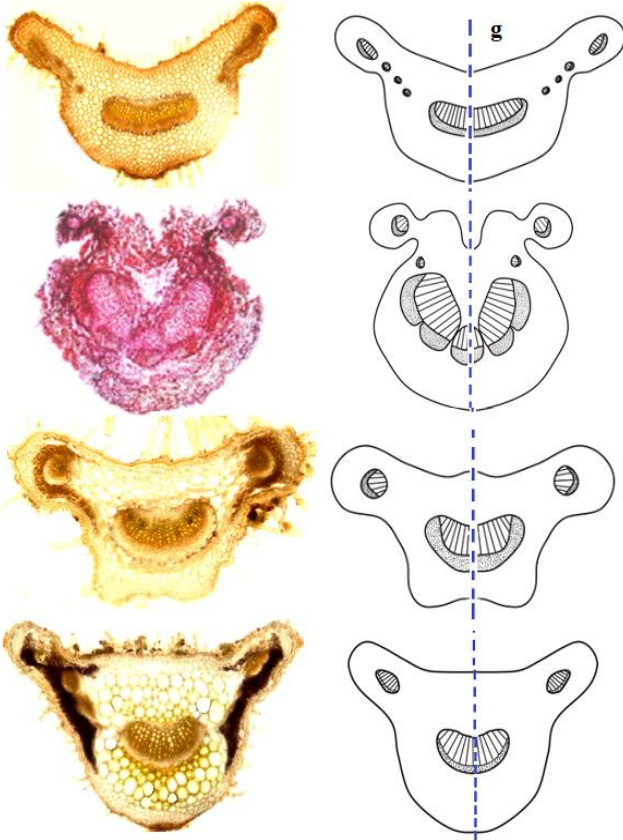
deyişle, bir dönüşüm, nesnenin düzlemdeki (veya uzaydaki) her noktasını aynı düzlemdeki (veya uzaydaki) başka bir noktaya eşler ve tersine çevrilebiliriz [3]. Yansıma simetri grubuna giren ayna ya da bilateral simetrisi adı verilen simetri, bu çalışmada incelediğimiz mikro yapılarda gözlemlediğimiz ve çoğu organizmanın vücut planlarında bulunan bir geometri simetri çeşitidir. Bu simetri çeşiti iki yönlüdür ve bir simetri çizgisi ya da eksenine sahiptir (Şekil 1). Örneğin insan vücudu dış görünüşte iki taraflı simetrik çünkü aynı anatomik kısımlar sağ ve sol tarafta tekrarlanır. Literatür taramamızda, çalışma materyali olarak kullandığımız ve mikro yapılarındaki geometrik simetrilerini incelediğimiz örnekler ile ilgili bir çalışmaya rastlamadık.

## II. MATERYAL VE YÖNTEM

Çalışmada simetrilerini incelediğimiz mikro yapılar için, bazı bitkilerin yaprak saplarından enine alınan kesitlerin mikroskop görüntüleri kullanıldı. Geometrik simetrisi belirlenen mikro yapılar, alınan kesitlerden hazırlanan preparatların, Leica DM 3000 motorize mikroskop objektifleri kullanılarak fotoğraflandı. İncelenen mikro yapılarda geometrik simetri modellerini ve matematiksel formüllerini tanımlamada literatür bilgilerinden yararlanıldı.

## III. BULGULAR

Doğada farklı simetri çeşitlerini çıplak göz ile kolaylıkla gözlemleyebiliriz. Bunlardan en yaygın olarak görebildiğimiz bir yansıma simetrisi olan ayna ya da bilateral simetri çeşididir. Biz çalışmamızda bu simetri çeşidini bazı bitki dokularının ancak mikroskop ile görebildiğimiz mikro yapılarında tespit ettik (Şekil 1).



Şekil 1. Mikro yapıda geometrik yansıma simetrisine ait mikroskop görüntüleri ve çizimleri. g: Simetri eksenine sahiptir. Bilateral simetri nesneyi ikiye bölen bir dikey simetri eksenine sahiptir. Simetri türü, parçaların

düzenlenme biçimine veya dönüşüm türüne göre çeşitlenir.

Yansıma Simetrisi (reflectional symmetry): Matematikte yansıma simetrisi çeşidi çizgi simetrisi, ayna simetrisi veya ayna görüntüsü simetrisi gibi farklı isimler ile de tanımlanır. Bu simetrinin dönüştürülen görüntüsünden ayırt edilemeyen bir nesne veya şekle yansıma ya da ayna simetrisi denir.

Bu simetrinin matematikteki tanımı;

$\mathbb{R}$  üzerinde tanımlı  $k$ -boyutlu vektör uzayı

$V = \mathbb{R}^k$  olsun,  $S \subset V$  olmak üzere

$W = \{w \in V : w \cdot \hat{n} = 0\}$ ,  $V$ 'nin  $k-1$  boyutlu bir alt uzayı olsun, burada  $\hat{n}$ ,  $W$ 'nin bir birim normal vektörüdür. Böylece  $S$  kümesi  $s$ 'yi içeren

$s_1 = s - 2\hat{n}(s \cdot \hat{n})$  vektörünü kapsar ise  $S$  kümesine ayna simetrisi denir.  $s_1$  vektörü,  $s$ 'nin  $W$  ile ilgili ayna görüntüsüdür [4].

Diğer taraftan tek eksenli olan bu yansımanın geometrideki tanımı ve formülü ise;

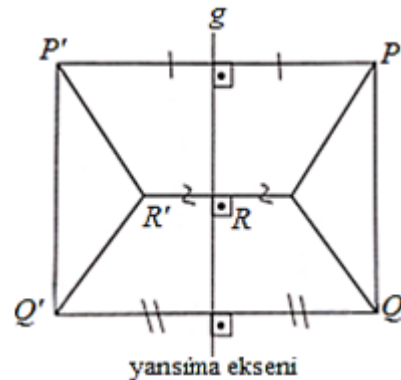
$E^2$  Düzlemin de bir doğru  $g$  olsun.  $g$ 'nin noktalarını kendisine ve düzlemin diğer noktalarını  $g$  doğrusuna göre simetriği olan noktaya dönüştüren bir dönüşüme bir doğruya göre yansıma adı verilir. Bu durumda  $g$  doğrusuna yansıma eksenine denir. Buna göre yansımanın denklemi;

$$R_g: E^2 = E^2$$

$$P \rightarrow R_g(P) = P, P \in g$$

$$Q \rightarrow R_g(Q) = Q', Q \notin g$$

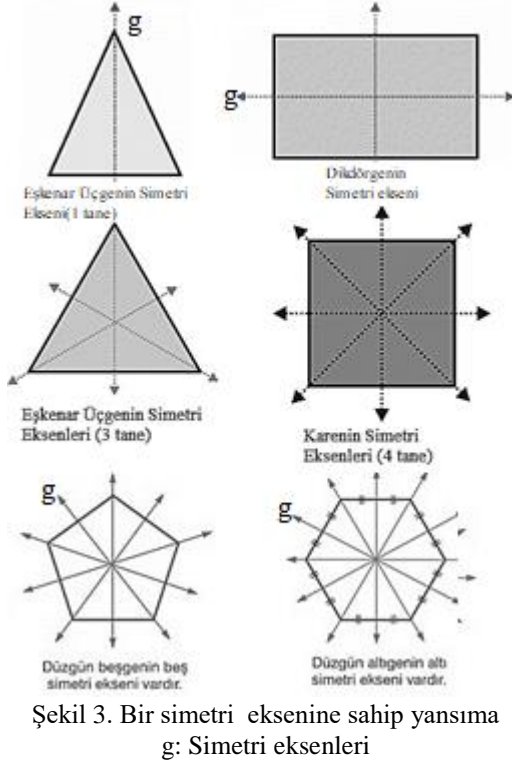
Şeklinde yazılabilir ve aşağıdaki şekilde gösterilebilir (Şekil 2).



Şekil 2. Bir simetri eksenine sahip yansıma [5]

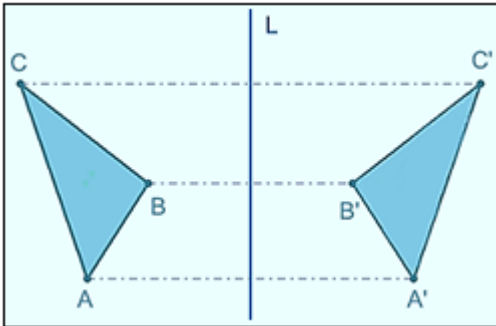
Simetrik fonksiyon hakkında düşünmenin başka bir yolu, eğer şekil eksen üzerinde ikiye katlanırsa,

iki yarının aynı olacağıdır: iki yarı birbirinin ayna görüntüsüdür. Yansıma simetrisine sahip üçgenler ikizkenardır. Yansıma simetrisine sahip dörtgenler eşkenar dörtgenler ve ikizkenar yamuklardır (Şekil 3) [6].



Şekil 3. Bir simetri eksenine sahip yansıma g: Simetri eksenleri

Tüm çift kenarlı çokgenler, biri köşelerden ve diğeri kenarlardan yansıma çizgileri olan iki basit yansıtıcı forma sahiptir. Bu tür simetri için iki boyutta (2B) bir simetri çizgisi veya eksen, üç boyutta (3B) ise 'de bir simetri düzlemi vardır [7]. Sonuç olarak, bir simetri çizgisi şekli ikiye böler ve bu yarılar aynı olmalıdır (Şekil 4).



Şekil 4. Simetri çizgisi ve simetri yarıları [7].

#### IV.TARTIŞMA

Çalışmamızda mikroskopta incelediğimiz mikro yapıların bilateral ya da ayna simetrisi olarak

adlandırılan yansıma simetrisine sahip olduklarını tespit ettik. İki boyutlu bir şeklin simetrik işlevi bir çizgidir, simetri yapısı nesnenin şekline göre değişir [6]. Simetriye sahip bir şekil eğer eksen üzerinde ikiye katlanırsa, iki yarının aynı olacağı bilinir. Bu iki yarı birbirinin ayna görüntüsüdür [7]. Buradan yola çıkarak bir karenin dört simetri eksenine vardır, çünkü kareyi katlamanın ve tüm kenarları birbirine uydurmanın dört farklı yolu vardır (Şekil 3). Diğer taraftan bir çemberin sonsuz sayıda simetri eksenine vardır. Doğada simetriye sıklıkla rastlarız. Kuşun tüyleri, bazı çiçeklerin yapısı, insan yüzü doğadaki simetri örnekleridir [8]. Bu örneklerde simetri yapılarını kolaylıkla görebiliyoruz. Biz ise bu çalışmamızda ancak mikroskop yardımı ile görebildiğimiz mikro yapılardaki simetrisini gözlemledik. Literatürde çalışmanın konusunu oluşturan simetri yapıları ile ilgili çoğunlukla makro yapılara ait farklı çalışmalara bulunmaktadır [9]-[18]. Ancak mikro yapıları üzerinde çalışma yaptığımız konu ile ilgili benzer bir çalışmaya rastlanmamıştır

#### V. SONUÇLAR

Çalışmada örneklerini çevremizde kolaylıkla görebileceğimiz geometrik simetri çeşidinin mikro yapılarda da bulunduğunu ve bu özelliklerinin matematiksel kavramlar ile ifade edilip formüller ile gösterilebileceğini tespit ettik.

#### KAYNAKLAR

- [1] H. Weyl, Symmetry. Princeton: Princeton University Press. ISBN 0-691-02374-3.1982.
- [2] Martin GE: Transformation geometry: An introduction to symmetry. NewYork: Springer; 1982.
- [3] Savriama and Klingenberg: Beyond bilateral symmetry: geometric morphometric methods for any type of symmetry. BMC Evolutionary Biology 11:280.2011
- [4] T. David and Eric W. "Mirror Symmetry." From MathWorld--A Wolfram Web Resource. 2019.<https://mathworld.wolfram.com/MirrorSymmetry.html>
- [5] S. Yüce, Analitik Geometri. Pegem Akademi. ISBN 978-605-318-811-7.2017.
- [6] J. Gullberg, Mathematics: From the Birth of Numbers. W. W. Norton. pp. 394–395. ISBN 0-393-04002-X.1997.
- [7] Y. Savriama, A Step-by-Step Guide For Geometric Morphometrics Of Floral Symmetry. Front. Plant Sci. 9, 1433 2018.

- [8] J. Stewart, What Shape is a Snowflake? *Magical Numbers in Nature*. Weidenfeld & Nicolson. p. 32. 2001.
- [9] G. Martin. *Transformation Geometry: An Introduction to Symmetry*. Springer. p. 28. 1996.
- [10] E. H. Lockwood, R. H. Macmillan, *Geometric Symmetry*, London: Cambridge Press, 1978.
- [11] A. David. *Geometry: Plane and Fancy*. Springer Science & Business Media. 1998.
- [12] H. Tietze, *Famous Problems of Mathematics: Solved and Unsolved Mathematics Problems from Antiquity to Modern Times*. New York: Graylock Press, p. 27, 1965.
- [13] A. Özdemir, AY Özdemir, K. Yetisen, “Statistical comparative petiole anatomy of *Salvia* sp.” *Planta Daninha* 34 (3), 465-474, 2016.
- [14] A. Özdemir and A. Özdemir, “Statistical Study on Some Micromorphological Characters”, *Avrupa Bilim ve Teknoloji Dergisi* 34: 135-141, 2022.
- [15] W.R. Korn and R. M. Spalding. “The Geometry of Plant Epidermal Cells” *New Phytol.* 72:1357-1365. 1973.
- [16] T. William *Three-dimensional geometry and topology*. Vol. 1. Edited by Silvio Levy. Princeton Mathematical Series, 35. Princeton University Press, Princeton, NJ, 1997. x+311 pp. ISBN 0-691-08304-5
- [17] T. Menninger. An Explicit Parametrization of the Frenet Apparatus of the Slant Helix. arXiv:1302.3175 Archived 2018-02-05 at the Wayback Machine. 2013.
- [18] M. Horn, Weber J. “Computational Geometry Lecture Notes Voronoi Diagrams”, URL: [www.cs.princeton.edu/courses/archive/spring12/cos423/bib/vor](http://www.cs.princeton.edu/courses/archive/spring12/cos423/bib/vor), 2021.