Uluslararası İleri Doğa Bilimleri ve Mühendislik Araştırmaları Dergisi
Sayı 8, S. 35-42, 5, 2024

Araştırma Makalesi

IJANSER

https://as-proceeding.com/index.php/ijanser
ISSN: 2980-0811

International Journal of Advanced Natural Sciences and Engineering Researches
Volume 8, pp. 35-42, 5, 2024

Research Article

Sel Durumları Üzerine Bir Oyun Teorisi Modeli

Medine Demir[1*], Pınar Usta Evci [2] ve Sırma Zeynep Alparslan Gök [3]

[1]*Matematik Anabilim Dalı / Fen Bilimleri Enstitüsü, Süleyman Demirel Üniversitesi, Türkiye*
[2]*İnşaat Mühendisliği Bölümü / Teknoloji Fakültesi, Isparta Uygulamalı Bilimler Üniversitesi, Türkiye*
[3]*Matematik Bölümü / Mühendislik ve Doğa Bilimleri Fakültesi, Süleyman Demirel Üniversitesi, Türkiye*

[*]*(medinemugla@hotmail.com)*

(Geliş Tarihi: 17 Haziran 2024, Kabul Tarihi: 25 Haziran 2024)

(3rd International Conference on Frontiers in Academic Research ICFAR 2024, June 15-16, 2024)

ATIF/REFERENCE: Demir, M., Evci, P. U. & Gök, S. Z. A. (2024). Sel Durumları Üzerine Bir Oyun Teorisi Modeli. *International Journal of Advanced Natural Sciences and Engineering Researches*, 8(5), 35-42.

Özet **–** Afetler insanların canlarını ve mallarını yok eden, hayatta kalmayı başaran insanlara da büyük acılar yaşatan felaketlerdir. Afetlerin verdiği zararları en aza indirebilmek için afetlere daima hazırlıklı olmak gerekmektedir. Ayrıca afet anlarında ve sonrasında hızlı müdahale insan hayatını kurtarmada son derece önemlidir. Ülkemiz, doğal afetlerin yoğun olarak yaşandığı bir ülkedir. Bu nedenle ülkemizde, önceki dönemlerde yaşanan acı deneyimlerin gelecekte de yaşanmaması için çalışmalar yapılmaktadır. Ülkemizde afet kelimesi ile akla ilk gelen deprem olmaktadır. Ancak afet kavramı ülkemizin her bölgesinde farklı şekilde kendini göstermektedir. Afetler kimi bölgelerde deprem, kimi bölgelerde yangın, kimi bölgelerde ise sel olarak gerçekleşmektedir. Dolayısıyla alınacak önlemler de bölgesel olarak farklılık göstermektedir. Biz de bu çalışmamızda ülkemizde yaşanan bir sel felaketiyle ilgileneceğiz. Sel, dünyanın her yerinde olduğu gibi ülkemizde de kolayca afete dönüşerek büyük miktarda can ve mal kaybına neden olabilen bir doğal felakettir. Selin oluşumu, büyüklüğü ve verdiği zararların boyutu, önemli ölçüde selin gerçekleştiği bölgenin meteorolojik, jeolojik, biyolojik özellikleri ve insanların çeşitli etkinlikleriyle doğrudan ilgilidir. Bu çalışmada Kastamonu ilinde meydana gelen bir sel felaketi örnek olarak alınmıştır. Sel sonucu insanlar hayatını kaybetmiş, ulaşımda aksamalar yaşanmış, konutlar hasar görmüştür. Bizim de amacımız, gelecekte bölgede tekrar bir sel felaketi yaşanması durumunda, insanların selden etkilenmesini en aza indirmek için bölgeye yakın ve sel felaketinden etkilenmeyecek iki farklı toplanma bölgesi seçmektir. Bu iki bölgeye insanların tahliyesini en kısa mesafeden gerçekleştirmek için kooperatif oyun teorisinin bir dalı olan orman durumları kullanılarak hesaplamalar yapılmıştır. Dolayısıyla bu çalışma, oyun teorisi yaklaşımıyla Kastamonu ilimize farklı bir perspektiften yeni bir bakış açısı getirecektir.

Anahtar Kelimeler – Kooperatif Oyun Teorisi, Sel Durumları, Orman Durumları, Artanların Eşit Dağıtım Kuralları, Shapley Değeri

I. GİRİŞ

Ülkemiz, sahip olduğu jeolojik ve topolojik karakteri sebebiyle sürekli doğal afetlerle karşılaşmaktadır. Bu yüzden yüz yıllar boyunca ülkemizin bulunduğu coğrafyada birçok doğal afet meydana gelmiştir. Bu afetlerden en etkili olanlar depremler, seller ve yangınlardır [1]-[2].

Seller hem ülkemizde hem de dünyada en etkili doğal afetler arasında yer almaktadır. Ülkemiz özellikle kış aylarında sel ve taşkın haberleri ile gündeme gelmektedir. Seller doğal ve beşeri özelliklerden kaynaklanmasının yanı sıra iklim değişikliğinin de etkisiyle günümüzde daha çok sayıda ve daha büyük ölçekte afetlere dönüşmektedir. Sel sonucu insanlar hayatlarını kaybedebilmekte, tarım alanları zarar görmekte, ulaşım ve haberleşme kesintiye uğramaktadır.

Ekonomik rekabetin, savaşların, seçimlerin ve çoğu zaman oyun olarak düşünmediğimiz daha birçok durumun, bir oyun gibi düşünülüp analiz edilebileceği fikriyle bilimsel bir metafor üzerine kurulu olan oyun teorisi, rasyonel ajanların etkileşime girmesiyle veya başka bir deyişle etkileşimli karar teorisinin kullanılmasıyla strateji seçiminin incelenmesidir [3].

Uygulamalı matematiğin bir dalı olan oyun teorisi, ikinci dünya savaşı sırasında askeri stratejileri belirlerken kullanılmıştır. Sadece savaş stratejilerinde değil ekonomi ve mühendislik dahil daha pek çok alanda da kullanılmaktadır.

Oyun teorisi, insan davranışlarını araştıran kendine özgü özellikleri olan disiplinler arası bir teoridir ve stratejik durumlarla ilgilenmektedir. Grup içerisindeki her birey tarafından yapılan tercihler aracılığıyla etkilenen bütün insan gruplarındaki durumları gösteren oyun teorisi karşılıklı iş birliğine dayanmaktadır [4]. Bu iş birliğinde oyun teorisi, her zaman kazançlı çıkmayı, zarar söz konusu olduğunda ise en az zararla çıkmayı ister.

Bu çalışma, beş bölümden oluşmaktadır. Birinci bölümde, sel durumlarından ve oyun teorisinden kısaca bahsedilmiştir. İkinci bölümde, kooperatif oyun teorisi ile ilgili temel kavramlar ve literatür özetleri verilmiştir. Üçüncü bölümde, orman durumlarından bahsedilmiştir. Dördüncü bölümde, orman durumlarıyla ilgili bir uygulama kooperatif oyun teorisi ile modellenmiştir. Beşinci bölümde ise, yaptığımız çalışmadan bahsedilmiştir.

II. KOOPERATİF OYUN TEORİSİ

Kooperatif oyun teorisi ile ilgili temel kavramlardan bu bölümde bahsedilecektir. [5], [6]-[7] referanslarında kooperatif oyun teorisi ile ilgili olarak detaylı bilgiler yer almaktadır.

Tanım 2.1. $\boldsymbol{n}$-kişilik bir kooperatif oyun $<\boldsymbol{N},\boldsymbol{v}>$ ikilisinden oluşur. Burada $\boldsymbol{N}=\{\boldsymbol{1},\dots,\boldsymbol{n}\}$ oyuncu kümesi $\boldsymbol{v}\colon \boldsymbol{2^N}\to\mathbb{R}$ karakteristik fonksiyondur. Karakteristik fonksiyon $\forall\boldsymbol{S}\subset\boldsymbol{N}$ koalisyonunu bir reel sayıya götürür yani $\forall\boldsymbol{S}\in\boldsymbol{2^N}$ için $\boldsymbol{v}(\boldsymbol{S})$ koalisyonunun değerini belirtir ve $\boldsymbol{v}(\emptyset)=\boldsymbol{0}$ olarak tanımlıdır.

Tüm kooperatif oyunlar ailesi G^N ile gösterilir. Bu aile lineer bir uzay oluşturur ve boyutu 2^n-1 dir.

Kooperatif oyun teorisindeki en temel problemlerden biri de tüm koalisyonlar oluşturulmasını takiben, elde edilen kazancın veya maliyetin nasıl paylaştırılacağıdır. Bu çözüm kavramlarına; [8] tarafından bulunan "von Neumann çözümü, [9] tarafından üretilen "kararlı kümeler", [5] tarafından üretilen "Shapley değeri'' örnek olarak gösterilebilir. Bu şekilde kooperatif oyun teorisindeki bir çözüm kavramı, asgari olarak bir $x=(x_i)\in\mathbb{R}^N$ ödeme vektörüne karşılık gelir. Kooperatif oyun teorisinde çözüm kavramından bahsetmek için aşağıdaki tanımlara değinilmelidir. Shapley değeri için önce marjinal katkı vektörünün tanımı verilmelidir.

Tanım 2.2. (Marjinal katkı) $v\in G^N$ ve $\sigma\in\pi(N)$ olsun. $m^\sigma(v)\in\mathbb{R}^N$ marjinal katkı vektörü, $\forall i\in N$ için,

$$m_i^\sigma(v) := v(P^\sigma(i)\cup\{i\}) - v(P^\sigma(i))$$

ile gösterilir.

Tanım 2.3. (Shapley değeri) $v \in G^N$ oyun Shapley değeri olan $\Phi(v)$, bir oyunun marjinal vektörlerinin ortalamasıdır. Yani, $\Phi(v) = \frac{1}{n!}\sum_{\sigma\in\pi(N)} m^{\sigma}(v)$ dir.

Banzhaf değeri 1965 yılında Banzhaf tarafından bulunmuştur [10]. $\beta(v)$ notasyonu ile gösterilir.

Tanım 2.4. (Banzhaf değeri) Banzhaf değeri, $\forall i \in N$ ve $v \in G^N$ için $\beta: G^N \to I(\mathbb{R}^N)$ olmak üzere $\beta_i(v) = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}^{|N|-\mathbf{1}}} \sum_{\boldsymbol{i\in S}} v(S) - v(S\backslash\{i\})$ ile tanımlanır.

CIS ve $ENSC$ değerleri 1991 yılında Driessen ve Funaki tarafından bulunmuştur [11]. $CIS(v)$ ve $ENSC(v)$ notasyonları ile gösterilir.

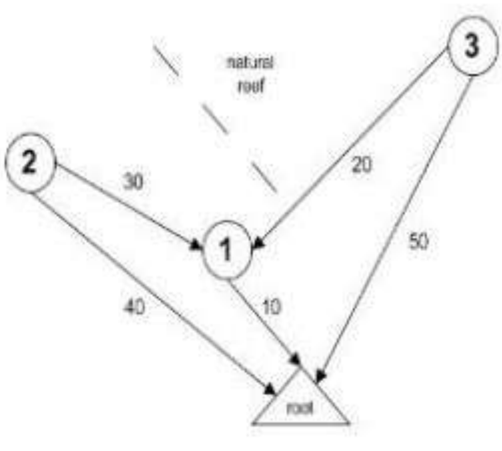
Tanım 2.5. (Kısıt Kümesinin Ağırlık Merkezi Çözümü) CIS değeri, $\forall v \in G^N$, $\forall i \in N$ için $CIS: G^N \to \mathbb{R}^N$olmak üzere $CIS_i(v) = v(\{i\}) + \frac{1}{|N|}(v(N) - \sum_{j\in N} v(\{j\}))$ olarak tanımlanır.

Tanım 2.6. (Eşitlikçi Bölünemeyen Katkı Değeri) $ENSC$ değeri, $\forall S \in 2^N$ için $ENSC: G^N \to \mathbb{R}^N$ olup $\forall i \in N$ için $ENSC_i(v) = -v(N\backslash\{i\}) + \frac{1}{|N|}(v(N) + \sum_{j\in N} v(N\backslash\{j\}))$ dir.

III. ORMAN DURUMLARI

Dağ etrafındaki evlerde yaşayan bir grup insan dikkate alalım. Bu insanlar evlerindeki kirli sudan kurtulmak için bir kanalizasyon sistemine bağlanmak istemektedir. Bu yüzden, kirli suyun çevreye verilmeden önce bir yerde toplanması gerekmektedir. Evler için bir çözüm, hemen kirli sudan kurtulmaktır, bundan dolayı evlerin su temizleyicisine bir kanalizasyon borusu ile bağlanmaları gerekmektedir. Her ne kadar, her evin su temizleyicisine direkt olarak bağlantısı olsa da, diğer evler vasıtasıyla da bağlantı olabilir.

Diğer yandan, aşağıdaki evlerden yukarıdaki evlere kirli suyu göndermek çok masraflı ve tehlikeli olabilir. Bunun birçok nedeni olabilir. Bu yüzden, sadece üstteki evlerden alttaki evlere suyun gönderilmesi mümkün olmaktadır. Olası bir durum Şekil 1'de verilmiştir.



Şekil 1. Olası bir dağ durumu [12]

Bu şekilde çizilen ağ, yönlü ağırlıklı çizgedir. Bu çizgenin köşeleri evler, kökü su temizleyicisi ve kenarları da kurulmasına izin verilen kanalizasyon borularıdır. Bu grafikteki sayılar, kanalizasyon borusunun kurulum maliyetini gösterir. Bazen üstteki evlerden alttaki evlere bağlantı mümkün olmayabilir. Önemli olan nokta, her bir evin kaynağa direkt olarak bağlantısının olmasıdır.

Bu çalışmada, dağ durumlarını orman durumlarına genişletiyoruz. Ayrıca bir orman durumunda maliyet paylaşımı problemiyle uğraşmak için kooperatif oyun teorisini kullanıyoruz. Çünkü kooperatif oyun teorisi bu tür problemleri çözmek için uygun araçlara sahiptir. Dahası, kooperatif oyun teorisi ve çözüm kavramları yöneylem araştırması, ekonomi, modern finans ve çevre yönetimi gibi alanlarda da geniş uygulanabilirliğe sahiptir.

[13], dağ durumlarıyla ilgili bir çalışma yapmıştır.

Şimdi bahsettiğimiz orman durumunun matematiksel tanımını verebiliriz.

Tanım 3.1. $(\mathbf{N}, \{\mathbf{0}\}, \mathbf{A}, \boldsymbol{\omega})$ şeklinde verilen bir dörtlü dikkate alalım. Burada; $\boldsymbol{N} = \{\mathbf{1}, \mathbf{2}, \dots, \boldsymbol{n}\}$ oyuncuların kümesi, $(\boldsymbol{N} \cup \{\mathbf{0}\}, \boldsymbol{A})$ köklü yönlü çizelge, $\boldsymbol{A} \subset \boldsymbol{N} \times (\boldsymbol{N} \cup \{\mathbf{0}\})$ kenarların kümesi ve 0'da köktür. Aynı zamanda, aşağıdaki F.1 ve F.2 şartlarının sağlandığını varsayalım.

F.1. (Direkt bağlanma imkanı) $\forall \boldsymbol{k} \in \boldsymbol{N}$ için, $(\boldsymbol{k}, \mathbf{0}) \in \boldsymbol{A}$ dır.
F.2. (Döngü olmaması) $\forall \boldsymbol{s} \in \boldsymbol{N}$ ve $(\boldsymbol{v_1}, \boldsymbol{v_2}) \in \boldsymbol{A}$, $(\boldsymbol{v_2}, \boldsymbol{v_3}) \in \boldsymbol{A}$,…, $(\boldsymbol{v_{s-1}}, \boldsymbol{v_s}) \in \boldsymbol{A}$ olacak şekilde $\boldsymbol{v_1}, \boldsymbol{v_2}, \dots, \boldsymbol{v_s} \in \boldsymbol{N} \cup \{\mathbf{0}\}$ için $(\boldsymbol{v_s}, \boldsymbol{v_1}) \notin \boldsymbol{A}$ dır.
Ayrıca, $\boldsymbol{\omega}: \boldsymbol{A} \to \mathbb{R}$ fonksiyonu $\boldsymbol{A}$ kümesi üzerinde negatif olmayan bir fonksiyondur.
F.3. (Kümesellik şartı) $\forall \boldsymbol{k} \in \boldsymbol{N}$ ve $\forall \boldsymbol{i}, \boldsymbol{j} \in \boldsymbol{N} \cup \{\mathbf{0}\}$, $\boldsymbol{i} \neq \boldsymbol{j}$: $(\boldsymbol{k}, \boldsymbol{i}) \in \boldsymbol{A}$, $(\boldsymbol{k}, \boldsymbol{j}) \in \boldsymbol{A} \Rightarrow \boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{k}, \boldsymbol{i}) \neq \boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{k}, \boldsymbol{j})$
F.3 şartı bize $\boldsymbol{k} \in \boldsymbol{N}$ nin en iyi bağlantısı olan $\boldsymbol{b}(\boldsymbol{k})$ yı bulma imkanı sağlar. Burada,

$$\boldsymbol{b}(\boldsymbol{k}) = \underset{\boldsymbol{i} \in \boldsymbol{N} \cup \{\mathbf{0}\} : (\boldsymbol{k}, \boldsymbol{i}) \in \boldsymbol{A}}{\boldsymbol{argmin}} \ \boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{k}, \boldsymbol{i})$$

şeklinde tanımlanır.

F.1, F.2 ve F.3 özelliklerini sağlayan $(\boldsymbol{N}, \{\mathbf{0}\}, \boldsymbol{A}, \boldsymbol{\omega})$ dörtlüsüne orman durumu denir.

Her bir dağ sorunu, birden fazla kaynağın devreye konulmasıyla orman durumuna yol açar; burada $\boldsymbol{N}$, dağdaki evlerin kümesini, $\mathbf{0}$ su temizleyicisini ve $\boldsymbol{A}$ da

$$(\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}) \in \boldsymbol{A} \Rightarrow \boldsymbol{h}(\boldsymbol{i}) > \boldsymbol{h}(\boldsymbol{j})$$

yer çekimi koşulu ile belirlenen bağlantıların kümesini gösterir. Buradaki; $\boldsymbol{h}(\boldsymbol{i})$, $\boldsymbol{i}$. evin yüksekliğidir. Ayrıca, $\boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j})$, kanalizasyon borusuyla $\boldsymbol{i}$ ile $\boldsymbol{j}$ yi bağlama gideri olarak tanımlanır.

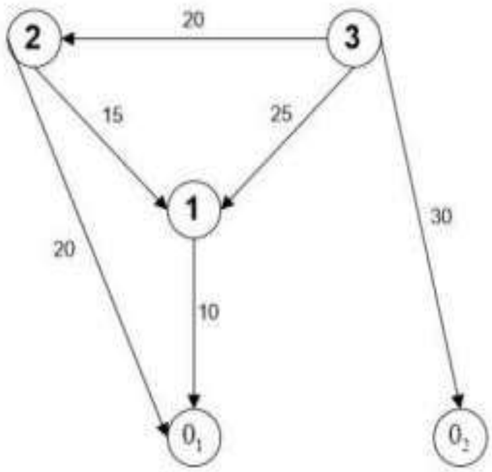
Diğer yandan, F.1 ve F.2 özelliklerini sağlayan $(\boldsymbol{N}, \{\mathbf{0}\}, \boldsymbol{A}, \boldsymbol{\omega})$ dağ durumu verildiğinde, burada $(\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}) \in \boldsymbol{A}$ olacak şekilde $\boldsymbol{h_0}: \boldsymbol{N} \cup \{\mathbf{0}\} \to \mathbb{N} \cup \{\mathbf{0}\}$ temel ağırlık fonksiyonu vardır. Buradaki $\boldsymbol{h_0}$ fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanır:

$\boldsymbol{i} \in \boldsymbol{N} \cup \{\mathbf{0}\}$ için $\boldsymbol{h_0}(\boldsymbol{i})$, $\boldsymbol{i}$'den $\mathbf{0}$'a giden en uzun yolun uzunluğudur.

Teorem 3.2. $(\boldsymbol{N}, \{\mathbf{0}\}, \boldsymbol{A}, \boldsymbol{\omega})$, F.1, F.2 ve F.3 şartını sağlayan bir orman durumu olsun. $\boldsymbol{T} = \{(\boldsymbol{k}, \boldsymbol{b}(\boldsymbol{k})) : \boldsymbol{k} \in \boldsymbol{N}\}$ olarak verilsin. O halde,
$\boldsymbol{i}$) $(\boldsymbol{N} \cup \{\mathbf{0}\}, \boldsymbol{T})$, $(\boldsymbol{N} \cup \{\mathbf{0}\}, \boldsymbol{A})$'nın $\mathbf{0}$-bağlantılı alt ağacıdır.
$\boldsymbol{ii}$) $(\boldsymbol{N} \cup \{\mathbf{0}\}, \boldsymbol{T})$ ağacı, minimum gidere sahip $\mathbf{0}$-bağlantılı tek ağaçtır.

Örnek 3.3. $(\boldsymbol{N}, \{\mathbf{0}\}, \boldsymbol{A}, \boldsymbol{\omega})$ orman durumuna bağlı Şekil 2'de $\boldsymbol{A} = \{(\mathbf{1}, \mathbf{0}), (\mathbf{2}, \mathbf{0}), (\mathbf{2}, \mathbf{1}), (\mathbf{3}, \mathbf{0}), (\mathbf{3}, \mathbf{1}), (\mathbf{3}, \mathbf{2})\}$ ve $\forall \boldsymbol{i}, \boldsymbol{j} \in \boldsymbol{A}$ için $\boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}) = \mathbf{10}\boldsymbol{i} - \mathbf{5}\boldsymbol{j}$ dir. O halde temel ağırlık fonksiyonu $\boldsymbol{h_0}(\boldsymbol{i}) = \boldsymbol{i}$ olarak tanımlanır. $\boldsymbol{b}(\mathbf{1}) = \mathbf{0}$, $\boldsymbol{b}(\mathbf{2}) = \mathbf{1}$, $\boldsymbol{b}(\mathbf{3}) = \mathbf{2}$ olduğu için $\boldsymbol{T} =$

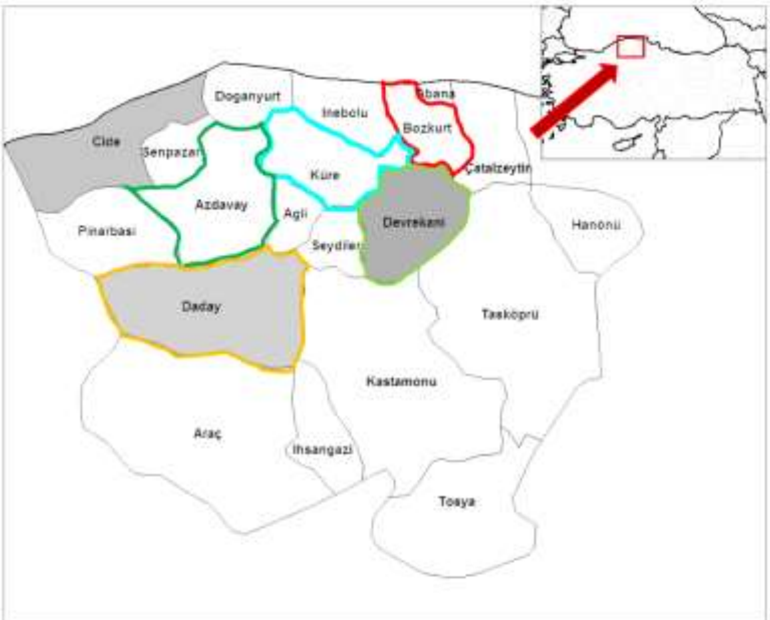
$\{(\mathbf{1},\mathbf{0}),(\mathbf{2},\mathbf{1}),(\mathbf{3},\mathbf{2})\}$ olmak üzere $(\boldsymbol{N}\cup\{\mathbf{0}\},\boldsymbol{T})$ ağacı, $\mathbf{10}+\mathbf{15}+\mathbf{20}=\mathbf{45}$ giderli optimal $\mathbf{0}$-bağlantılı bir ağaçtır. Aynı zamanda böylesine bir durumda her oyuncunun kendi ödemesini yapması olarak tanımlanan $\boldsymbol{B}(\boldsymbol{N},\{\mathbf{0}\},\boldsymbol{A},\boldsymbol{\omega})$ Bird paylaşımı, $(\mathbf{10},\mathbf{15},\mathbf{20})$ şeklindedir [14]. Orman durumu Şekil 2'de verilmiştir.



Şekil 2. Örnek 3.3'teki orman durumu [12]

IV. UYGULAMA

Kastamonu ilinin yerleşim birimleri Şekil 3'te verilmiştir.

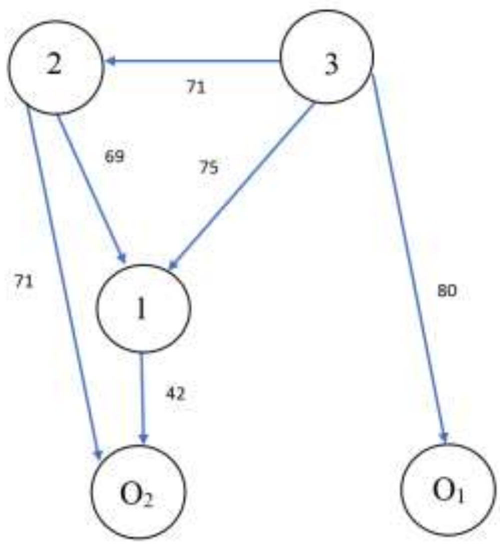


Şekil 3. Yerleşim birimleri

Sel felaketinin oluşumunda, belirli bir yer ve zamanda beklenilen yağış miktarını aşan ani ve/veya uzun süre etkili sağanak yağışlar etkili olmaktadır. Özellikle bölgenin kaldırabileceği su kapasitesinin aşılması ile büyük su kütlesinin eğimli araziden dökülmesi ve dere yatakları boyunca kontrolsüz biçimde akmasıyla sel ve taşkın olayları meydana gelmektedir. Dolayısıyla, yağış ve sıcaklıktaki ani değişimler sel felaketinin başlıca nedenlerindendir. T.C. İçişleri Bakanlığı Afet ve Acil Durum Yönetimi Başkanlığı Basın ve Halkla İlişkiler Müşavirliği (AFAD) tarafından 20.08.2021 tarihinde yapılan basın duyurusunda, 11 Ağustos 2021 tarihinde bir sel felaketi meydana geldiği bildirilmiştir. Kastamonu ilinde bu sel felaketinden etkilenen yerleşim birimleri ise Kastamonu ili Azdavay, İnebolu, Bozkurt, Küre ve Pınarbaşı ilçeleri olarak açıklanmıştır. Bu nedenle bu çalışmada Kastamonu ilinde selin meydana geldiği bölgeler olarak Bozkurt, Küre ve Pınarbaşı bölgeleri dikkate alınmıştır. Sel sonrası toplanma bölgeleri ise selin meydana geldiği bölgeye olan yakınlıkları nedeniyle Daday ve Devrekani bölgeleri olarak seçilmiştir. Daday ve Devrekani ilçesi aynı zamanda insanların tahliyesine kolaylıkla imkan verip barındırmaya yetecek ve afetzedeler için geçici konutlar kurmaya yetecek yüzölçümüne de sahiptir. Oyunda Kastamonu ilinde yeniden meydana gelebilecek sel durumunda selin olduğu üç bölgeden iki farklı toplanma bölgesine insan tahliyesi gerçekleştirilecektir. Sel durumunda afetzedelerin tahliyesinde orman durumu kullanılmıştır. Oyunda bölgeler arası yollar için bölgelerin birbirine yaklaşık uzaklıkları kullanılmıştır. Söz konusu yerleşim birimleri Şekil 2'de verilmiştir.

1	Küre
2	Bozkurt
3	Pınarbaşı
01	Daday
02	Devrekani

Orman durumuna ait oyun modeli Şekil 4'te verilmiştir.



Şekil 4. Oyun modeli

Bu oyuna ait sırasıyla Shapley değeri, Banzhaf değeri, CIS değeri ve $ENSC$ değerini bulalım.

Koalisyon değerleri

S	$\emptyset$	$\{1\}$	$\{2\}$	$\{3\}$	$\{1,2\}$	$\{1,3\}$	$\{2,3\}$	$\{1,2,3\}$
$v(S)$	0	42	71	80	111	117	142	182

şeklindedir.

Şimdi marjinal vektörleri Tablo 1'de gösterelim:

Tablo 1. Marjinal katkı vektörleri

σ	$m_1^\sigma(v)$	$m_2^\sigma(v)$	$m_3^\sigma(v)$
$\sigma_1 = (1,2,3)$	42	69	71
$\sigma_2 = (1,3,2)$	42	65	75
$\sigma_3 = (2,1,3)$	40	71	71
$\sigma_4 = (2,3,1)$	40	71	71
$\sigma_5 = (3,1,2)$	37	65	80
$\sigma_6 = (3,2,1)$	40	62	80

Shapley değeri:
$\Phi(v) = \frac{1}{3!}\sum_{\sigma\in\pi(3)} m^\sigma(v) = (\frac{241}{6}, \frac{403}{6}, \frac{448}{6})$ olarak bulunur.

Banzhaf değeri:
$\beta_i(v) = \frac{1}{2^{|N|-1}} \sum_{i\in S}(v(S) - v(S\backslash\{i\}))$ formülünden
$\beta(v) = (\frac{159}{4}, \frac{267}{4}, \frac{297}{4})$ olarak bulunur.

CIS değeri:
$CIS_i(v) = v(\{i\}) + \frac{1}{|N|}(v(N) - \sum_{j\in N} v(\{j\}))$ formülünden

$CIS(v) = (\frac{115}{3}, \frac{202}{3}, \frac{229}{3})$ olarak bulunur.

$ENSC$ değeri:
$ENSC_i(v) = -v(N\backslash\{i\}) + \frac{1}{|N|}(v(N) + \sum_{j\in N} v(N\backslash\{j\}))$ formülünden

$ENSC(v) = (42,67,73)$ olarak bulunur.

Modelimize ait kullandığımız tüm çözümler Tablo 2'de verilmiştir.

Tablo 2. Çözümler

Çözümler	**Küre**	**Bozkurt**	**Pınarbaşı**	**Vektörel Gösterim**
Shapley değeri	$\frac{241}{6}$	$\frac{403}{6}$	$\frac{448}{6}$	(40,67,74)
Banzhaf değeri	$\frac{159}{4}$	$\frac{267}{4}$	$\frac{297}{4}$	(39,66,74)
***CIS* değeri**	$\frac{115}{3}$	$\frac{202}{3}$	$\frac{229}{3}$	(38,67,76)
***ENSC* değeri**	42	67	73	(42,67,73)

V. SONUÇLAR

Her birinin bir kaynağa bağlanması gereken bir grup acentanın varlığında bir bağlantı durumu ortaya çıkar. Bu dağ durumudur. Kaynak birden fazla ise orman durumu ortaya çıkar. Eğer acentalar arasındaki bağlantılar maliyetliyse, acentalar maliyetleri azaltmak için iş birliği yapma fırsatını değerlendirecektir. Telefon hatları, otoyolları, elektrik güç sistemleri, bilgisayar çipleri, su dağıtım sistemleri, demiryolları vb. gibi daha birçok farklı fiziksel ağda maliyet tahsisi problemlerinin ortaya çıkabileceği belirtilmektedir. Bu problemleri de dağ durumlarıyla veya orman durumlarıyla çözeriz.

Bu çalışmada orman durumlarıyla çalışılmıştır. F.1, F.2 ve F.3 özelliklerine sahip orman durumları için optimal bağlantı problemleri çözülmüştür. Burada, Bird paylaşımının orman durumlarına karşılık gelen ilgili maliyet oyunlarının özel bir temel unsuru olduğu görülmektedir. Bir model oluşturulmuştur. Bu modelde oyuncularımız şehirler, kaynak ise toplanma bölgeleri olmuştur. Oyunda selin meydana geldiği üç farklı bölgeden iki farklı toplanma bölgesine insan tahliyesinin en kısa mesafeden ulaşımının sağlanması için Bird paylaşımı ve kooperatif oyun teorisinin çözüm kavramları kullanılarak hesaplamalar yapılmıştır. Dolayısıyla, bölgede tekrar bir sel felaketi yaşanması durumunda afetzedelerin en yakın mesafeleri kullanarak toplanma bölgelerine tahliye edilmesi sağlanacaktır.

KAYNAKLAR

[1] Limoncu, S., Çelebioğlu, B., 2006. Post-Disaster sustainable housing system in Turkey. In Proceedings of the I-Rec 2006 International Conference on Post-Disaster Reconstruction: ‘’Meeting Stakeholder Interests’’.
[2] Güneş, O., 2015. Turkey’s grand challenge: Disaster-proof building inventory within 20 years. Case Studies in Construction Materials, 2, 18-34.
[3] McCain, R. A. (2010). Game theory: a nontechnical introduction to the analysis of strategy revised. World Scientific Publishing Company.
[4] Dutta, P. K., 2001. Strategies and Games. MIT Press, Third Edition, Cambridge, Massachusetts, U.S.A.
[5] Shapley, L.S., 1953. A value for n-person games. Annals of Mathematics Studies, 28, 307-317.
[6] Tijs, S., 2003. Introduction to game theory. Hindustan Book Agency, 184p, India.
[7] Branzei, R., Fragnelli, V., Tijs, S., 2002. Tree-connected peer group situations and peer group games. Mathematical Methods of Operations Research, 55, 93-106.
[8] von Neumann, J., 1928. Zur theorie der gesellschaftsspiele. Mathematische annalen, 100(1), 295-320.
[9] von Neumann, J., Morgenstern, O., 1944. Theory of Games and Economic Be- havior. Princeton University Press, 776p, Princeton.
[10] Banzhaf, J. F., 1965. Weighted Voting Doesn.t Work: A Mathematical Analysis. Rutgers University Law Review, 19, 317-343.
[11] Driessen, T. S. H., Funaki, Y., 1991. Coincidence of and collinearity between game-theoretic solutions. OR Spectrum, 13(1), 15-30.
[12] Moretti, S., Norde, H., Do, K. H. P., Tijs, S., 2002. Connection problems in mountains and monotonicallocation schemes. TOP, 10(1), 83-99.
[13] Alparslan Gök, S. Z., Branzei, R., Fragnelli, V., Tijs, S., 2013. Sequencing interval situations and related games. Central European Journal of Operations Research, 21(1), 225-236. Doi: 10.1007/s10100-011 0226-3
[14] Bird, C. G., 1976. On cost allocation for a spanning tree: a game theoretic approach. Networks, 6, 335-350.